

黑洞的 Hawking 辐射

——引力场中物质的量子效应

沈 有 根

(中国科学院上海天文台)

提 要

本文对黑洞的Hawking辐射(引力场中物质的量子效应)现象与研究现况,作了较为详细的概述。

一、引 言

恒星演化到晚期,由于热核反应,核燃料耗尽。当它的质量超过Oppenheimer极限时^[1],星体将发生引力坍缩,按照广义相对论,从坍缩的天体表面发出的光,在自身引力场的作用下将发生偏折和位移,如果光线射出方向和径向的夹角大于某一临界角度,则光线重新折回星体。随着坍缩的继续,这个临界角越来越小。当达到 Schwarzschild半径 $r_g = 2MG/c^2$ 时^[2],临界角将缩为零。同时,由于红移趋于无限大,即使沿径向发出的光也永远不能到达遥远观测者的眼里,剩下的,便是一个看不见的黑洞。

黑洞的更精确定义可叙述为:黑洞将三维空间分为两个区域,一个是以称之为视界的二维光滑曲面为边界的内区域,一个是视界以外的渐近平直的外区域,而且要求(作为定义的一部分)内区域中的点不能与外区域中的任何点互通信息。任何在内区域中发出的光讯号不可能通过视界。外区域的渐近平直的要求等效于:黑洞在空间中是孤立的,而且在离视界很远处,时空接近于地球上的物理时空^[3]。

虽然黑洞这个概念早在二百年前就提出了^[4],并且根据 Newton 的引力理论导出了与广义相对论一致的引力半径。可是,由于黑洞的奇特特性(诸如由晚期恒星演化而成的黑洞密度极高,达 10^{16}g/cm^3),长时间以来,很少有人认真对待它。

随着六十年代脉冲星的发现,并被认为它是一种密度高达 10^{15}g/cm^3 的中子星之后,促使人们看到,存在有更加密集的天体并不是不可能的。这样,关于黑洞的种种理论探讨和观测研究,近二十年来成了一个异常活跃的领域。

按照黑洞经典理论,黑洞只能吸收粒子,而不能发射粒子。Hawking 在 1974—1975 年指出,在考虑了引力场中物质的量子效应后,将会使黑洞增生和发射粒子^[5],从而使得黑洞的不可约质量通过“蒸发”而逐渐减少,此量子过程,称为 Hawking 过程,亦称为 Hawking “蒸发”或 Hawking 辐射。Hawking 证明了如果黑洞是一个具有温度为 $\frac{hK}{2\pi k} \approx 10^{-6} \left(\frac{M_{\odot}}{M} \right)$ 开

尔文热体(式中 K 是黑洞的表面引力, h 是 Planck 常数, k 是 Boltzmann 常数), 量子力学效应就将使得黑洞增生和发射粒子。虽然我们可以认为量子引力效应很小而予以忽略, 但是在物质场的性能中, 量子效应却是起着作用的。

Hawking 所用的方法是按照广义相对论经典地处理引力场的时空度规, 物质场则是用量子力学方法处理; 即把引力场看作是经典的, 是没有量子化的, 再将未量子化的时空度规与量子化的物质场耦合。这样一种方法只是时空本身量子理论的一种近似, 它所处理的实际上是经典引力场中物质的量子效应。可以想象, 除了靠近时空的奇点区域外, 这种近似方法对大多数情况来说的确是一种很好的处理手段^[6]。

把诸如标量场、电磁场或中微子场等物质场所遵循的具有平直时空 Lorentz 度规的波动方程中的时空代之以经典的广义相对论引力场的时空度规 $g_{\mu\nu}$ 。这种度规所满足的 Einstein 方程右端的源, 采用物质能量-动量算符的期望值^{[7], [8]}。在弯曲时空的量子力学中, 场算符是用湮灭算符和生成算符描述的。

Hawking 的黑洞辐射理论, 是把热力学、量子力学和广义相对论结合了起来。它的巨大发展说明, 这种结合是富有生命力的, 它对引力量子化提供了一定的帮助。正因为如此, 英国物理学家 Sciama 对这一结合的杰出成果——Hawking 辐射的评价是颇具有代表性的; 他说: “据我看来, Hawking 关于黑洞的温度辐射的发现是物理学史中最大进展之一。”^[9]

近年来, 李政道教授又从另一角度重新研究了黑洞辐射问题^[10]。他用统计力学和量子力学理论对于 Schwarzschild 黑洞推导出了 Bose 子在其视界的辐射的热谱公式。李政道教授呼吁学术界重视对黑洞的研究。

二、Klein 佯谬

按照狭义相对论, 任何相对论性自由粒子的频率 ω , 静质量 μ 与波矢量 \mathbf{k} 之间存在关系 (取自然单位制 $G = c\hbar = 1$)

$$\omega^2 = \mu^2 + \mathbf{k}^2 \quad (1)$$

或

$$\omega = \pm (\mu^2 + \mathbf{k}^2)^{1/2} \quad (2)$$

这表明, 一个相对论性的粒子一定要有负能态, 正负能态之间存在宽度为 2μ 的禁区(图1), 当不考虑量子跃迁时, 一个处于正能态的经典粒子, 不可能越过禁区进入负能态, 因此经典相对论正能粒子是稳定的。

在有电磁外场的平直时空中, 由 Klein-Gordon 方程和 WKB 近似条件(波长或频率在外场中变化甚小), 可有

$$(\mathbf{k}_\mu - e\mathbf{A}_\mu)(\mathbf{k}_\mu - e\mathbf{A}_\mu) + \mu^2 = 0 \quad (3)$$

对于纯电场情况有

$$\omega = eV \pm (\mu^2 + \mathbf{k}^2)^{1/2} \quad (4)$$

这表明静电场会使正、负能级发生 eV 移动, 如图 2 静电场沿 Z 轴方向 $E: (0, 0, E_z)$ 且介于 (Z_1, Z_2) 之间, 只要电场足够强, 就会出现正负能级的交错现象。

对于负能粒子而言, Z_1 到 Z_2 之间的禁区相当于一高度为 2μ 的位垒, 对于经典粒子上述能级交错没有物理意义, 但若考虑到粒子的波动性, 则由于量子隧道效应, 就会出现真空的不稳定性和能粒子的不稳定性。

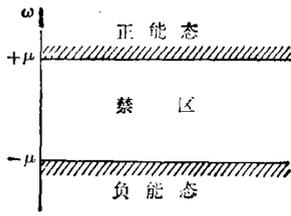


图 1

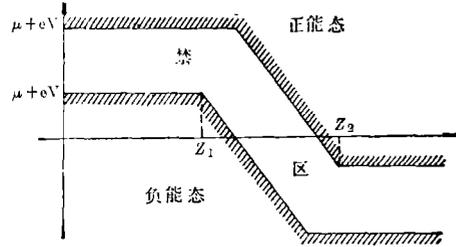


图 2

在相对论量子场论中的真空, 是所有正能态都空着, 而所有负能态都充填一个粒子的状态。

当真空出现外电场以致正负能级交错时, 处于真空中的负能态粒子(负频波)就可以通过量子隧道效应穿过位垒变为正能态粒子, 结果是在空间的不同地点出现了正反粒子对, 这就是所谓(并非佯谬的)Klein佯谬。

Klein 佯谬表明, 当外电场足够强以致引起正负能级交错时, 入射负能态粒子可透过禁区成为出射正能态粒子。

对于真空中负能粒子而言, 由于上述机制, 负能粒子就有可能“漏”出来成为出射正能粒子, 同时出现反射正能反粒子, 其结果就是自真空产生了正反粒子对。

三、自真空的粒子产生率

我们利用量子场论中的入射态和出射态概念来计算自真空中的粒子产生率。设外场局限于时空范围 Ω 内, 则入射态和出射态分别就是 Ω 的过去无穷大和未来无穷大时的态。命入射正能态和负能态分别是 $p_i^{in}(x)$ 和 $n_i^{in}(x)$, 显然它们组成一正交归一化完备集。

$$(p_i^{in}, p_k^{in}) = \delta_{ik} = \pm (n_i^{in}, n_k^{in}) \quad (5)$$

$$(p_i^{in}, n_k^{in}) = 0 \quad (6)$$

对任意场量 $\phi(x)$ 可如下展开

$$\phi(x) = \sum [a_i^{in} p_i^{in}(x) + (b_i^{in})^+ n_i^{in}(x)] \quad (7)$$

其中 a_i^{in} 和 $(a_i^{in})^+$ 分别为入射正能粒子的湮灭算符和生成算符。

b_i^{in} 和 $(b_i^{in})^+$ 分别为入射正能反粒子的湮灭算符和生成算符。

我们定义入射真空态 $|^{in}\rangle_{vac}$ 为

$$a_{in}^i |^{in}\rangle_{vac} = b_{in}^i |^{in}\rangle_{vac} = 0$$

所谓自真空中产生粒子, 用算符表示, 即为

$$n_i = {}_{vac}\langle^{in} | (a_i^{\circ ut})^+ a_i^{\circ ut} |^{in}\rangle_{vac} \neq 0 \quad (8)$$

$$\bar{n}_i = {}_{vac}\langle^{in} | (b_i^{\circ ut})^+ b_i^{\circ ut} |^{in}\rangle_{vac} \neq 0 \quad (9)$$

其中 n_i 和 \bar{n}_i 代表平均粒子数。

$$\phi = \sum_i [a_i^{in} p_i^{in} + (b_i^{in})^+ n_i^{in}] = \sum_i [a_i^{\circ ut} p_i^{\circ ut} + (b_i^{\circ ut})^+ n_i^{\circ ut}]$$

可推出

$$n_i = \sum_k |(p_i^{\circ ut}, n_k^{in})|^2 \quad (10)$$

式中 $(p_i^{\circ u t}, n_k^{i n})$ 是透射率幅。

$$T_{ik} = (p_i^{\circ u t}, n_k^{i n}) \quad (11)$$

而 $|T_{ik}|^2$ 就是自真空中以“ k ”标志入射负能态 $n_k^{i n}$ 产生以“ i ”标志的出射正能态 $p_i^{\circ u t}$ 的平均粒子数,所产生的平均总粒子数为

$$N = \sum_i n_i = \sum_i |T_{ik}|^2 \quad (12)$$

粒子产生率为

$$\frac{dN}{dt} = \int d\omega \sum_a \frac{1}{2\pi} |T_{\omega a}|^2$$

而 $\frac{1}{2\pi} |T_{\omega a}|^2$ 为以能量“ ω ”和分立量子数“ a ”标志的粒子流密度。

一般说来,对于Fermi场,透射粒子是电荷为 $+e$,能量为 $+w_i^+$ 的粒子流,反射粒子是电荷为 $-e$,能量为 $-w_i^-$ 的反粒子流(空穴流);对于Bose场,透射粒子是电荷为 $+e$,能量为 $+w_i^+$ 的粒子流,反射粒子是在真空背景上所出现的电荷为 $-e$,能量为 $-w_i^-$ 的反粒子流。

四、稳态黑洞的粒子产生

由经典广义相对论,一个引力坍缩的物体产生的黑洞,将很快地达到一个用其质量,角动量和电荷(若磁单极子存在的话,再加一个磁荷)三个参量描述的恒定的轴对称平衡态^{[11], [12]}, Kerr-Newman解就代表了这样一类的黑洞平衡态。由于这些解是恒定的,它们不具有正频率和负频率的混合,因此不能预期它们会有任何粒子的产生。但当一定波型的波入射到一个旋转黑洞或一个带有电荷的黑洞上面,则将被黑洞散射,使波的振幅加大,成为所谓“超辐射”现象。这种波的振幅加大,必然对应于粒子数的增加,从而也就有粒子的受激发射^{[13], [14]}。

计算时把 Kerr-Newman度规场作为外场。

在弯曲时空,粒子的能量动量关系为

$$(\mathbf{k}_\mu - e\mathbf{A}_\mu)(\mathbf{k}^\mu - e\mathbf{A}^\mu) = -\mu^2 = \mathbf{u}^\mu \cdot \mathbf{u}_\mu \cdot \mu^2 \quad (13)$$

其中 $\mathbf{u}^\mu \cdot \mathbf{u}_\mu = -1$, \mathbf{A}_μ 是电磁四矢, e 是粒子电荷, \mathbf{u}^μ 是单位类时四矢。

(13)式等价于

$$\mathbf{k}_\mu - e\mathbf{A}_\mu = \pm \mathbf{u}_\mu \cdot \vec{\mu} \quad (14)$$

即

$$\mathbf{k}_\mu = e\mathbf{A}_\mu \pm \mathbf{u}_\mu \cdot \vec{\mu}$$

在稳态时空中 ∞ 处观测者测得的粒子总能量为

$$w = -\xi_t^\mu \mathbf{k}_\mu \quad (15)$$

此处 ξ_t^μ 系Kerr-Newman时空中的类时Killing矢量。

将(14)式代入(15)得

$$w^\pm = -(\xi_t^\mu)(e\mathbf{A}_\mu \pm \mathbf{u}_\mu \cdot \vec{\mu}) \quad (16)$$

如果在稳态时空中某区域内 $w^- > \mu$,就会出现正、负能级的交错,由于量子隧道效应,就会在空间的不同地点有粒子对产生,在黑洞的无限红移面内, ξ_t^μ 变为类空,适当选择类空四矢的方向,即可使 $w^- > \mu$ 。因此,从空间的无穷远处看来,无限红移面内的负能粒子可能是正能粒子,这就是粒子对的产生。

五、Hawking 辐射

在本节中,我们采用 Damour和Ruffini 引进的 Klein-Sauter-Heisenberg-Euler方案^[15]对 Schwarzschild黑洞的Klein-Gordon粒子的Hawking辐射问题进行讨论。

在Schwarzschild黑洞外部度规场中,任何粒子波函数 Φ 应满足广义协变 Klein-Gordon条件:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{i\partial x^\mu} \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \frac{\partial}{i\partial x^\nu} \Phi = \mu^2 \Phi \quad (17)$$

亦即:

$$\left[-\frac{r^2}{1-\frac{2M}{r}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial r} (r^2 - 2Mr) \frac{\partial}{\partial r} + r^2 \mu^2 - \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \Phi = 0 \quad (18)$$

这是一个有心力场,可找寻如下形式的正能解($w > 0$)

$$\Phi_w = (2\pi w r^2)^{-1/2} E_w(r, t) y_l^m(\theta, \varphi) \quad (19)$$

引入Tortosi坐标

$$\frac{dr^*}{dr} \sim \frac{r}{r-2M}, \quad \frac{d^2 r^*}{dr^2} \sim \frac{2M}{(r-2M)^2} \quad (20)$$

则径向方程(18)在视界附近是一个波动方程。

在视界外附近,采用坐标系(t, r^*, θ, φ)后,波动方程二个线性独立解为

$$E_w^{in} = e^{-i\omega(t+r^*)} \quad (21)$$

$$E_w^{out} = e^{-i\omega(t-r^*)} = e^{2i\omega r^* - i\omega V} \quad (22)$$

式中我们引进了超前Eddington—Finkelstein坐标($V = t + r^*, r, \theta, \varphi$)。

注意到恰在视界处

$$e^{r^*} \approx e^{\frac{1}{4}(r-2M)} = (r-2M)^{\frac{1}{2k}} = (r-2M)^{2M} \quad (23)$$

式中考虑到在视界上 $k = \frac{1}{4M}$ 。

因此 $E_w^{out} \approx (r-2M)^{i4M\omega} e^{-i\omega V}$ (24)

采用解析延拓方法把 E_w^{out} 延拓到 $r < 2M$ 区域去。具体说来是沿一半径为 $|r-2M|$ 的下半圆转动($-\pi$)相角延拓到视界内去,此时变量为

$$|r-2M| e^{-i\pi} = (2M-r) e^{-i\pi} \quad (25)$$

故 $E_w^{out} = [(2M-r) e^{-i\pi}]^{i4M\omega} e^{-i\omega V} = e^{4\pi M\omega} (2M-r)^{i4M\omega} e^{-i\omega V}$ (26)

引进阶梯函数

$$y(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (27)$$

波动方程解可统一写为

$$\Phi_w = N_w [y(r-2M) \Phi_w^{out}(r-2M) + e^{4\pi M\omega} y(2M-r) \Phi_w^{out}(2M-r)] \quad (28)$$

式中 N_w 是归一化常数。

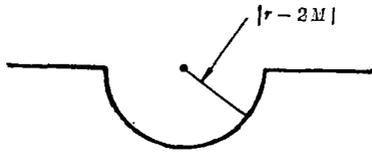


图 3

上式在视界外($r > 2M$)附近, 代表强度为 N_w^{\pm} 或流密度为 $\frac{N_w^{\pm}}{2\pi}$, 从视界向外的出射正能粒子流。

在视界内($r < 2M$)附近, 由于 r 为时间轴, Φ_w^{out} 代表重力场中逆时间前进的正能粒子流, 这实质上就是在重力场中, 顺时间传播到奇点的负能反粒子流, 它的强度为 $N_w^{\pm} e^{8\pi M w}$, 流密度为 $N_w^{\pm} e^{8\pi M w} / 2\pi$ 。其结果是使得黑洞的不可约质量或面积减少。可见, 对视界外邻近的 Φ_w^{out} 作解析延拓到视界内, 物理上就表示在视界上有正反粒子对的产生, 其中负能粒子落入黑洞, 正能粒子形成黑洞的发射。

由于在视界内 Φ_w 代表顺着时间传播到奇点的负能粒子, 它的几率密度 $(\Phi_w, \Phi_w) = \pm 1$, 其中“+”、“-”分别与 Fermi 子和 Bose 子相对应。故

$$(\Phi_{w_1}, \Phi_{w_2}) = \pm \delta_{(w_1, -w_2)} \delta_{l_1, l_2} \delta_{m_1, m_2} \quad (29)$$

又由

$$(\Phi_{w_1}, \Phi_{w_2}) = N_w^{\pm} \{ \gamma(r-2M) \pm \gamma(2M-r) e^{8\pi M w} \} \quad (30)$$

考虑从视界内趋于视界得

$$(\Phi_{w_1}, \Phi_{w_2}) = N_w^{\pm} (1 \pm e^{8\pi M w}) = \pm 1 \quad (31)$$

式中考虑到了 $\Phi_w^{out}(r-2M)$ 与 $\Phi_w^{out}(2M-r)$ 的正交归一化关系, 同时 $\Phi_w^{out}(2M-r)$ 的归一化常数 ± 1 (对 Fermi 子取“+”, 对 Bose 子取“-”), 由(31)式即得:

$$N_w^{\pm} = (e^{8\pi M w} \pm 1)^{-1} \quad (32)$$

这正是出射正能粒子的分布函数, 它的流密度为 $N_w^{\pm} / 2\pi$ 。应注意如果解析延拓沿上半复 r 平面进行, $N_w^{\pm} = (e^{-8\pi M w} \pm 1)^{-1}$, 对 Bose 子, 这是一个负数, 即从视界向外出射的正能 Bose 子流有一个负强度, 显然不合理, 因此对于正能波函数延拓应沿下半复 r 平面进行。

由能量空间的态密度可得 Schwarzschild 黑洞单位表面的辐射强度为

$$\frac{dE_w}{dt} = g \frac{(w^2 - \mu^2)^{1/2} w^2}{2\pi^2} \frac{1}{e^{kT} \pm 1} dw \quad (33)$$

其中 g 是权重, k 是 Boltzmann 常数, $T \equiv \frac{K}{2\pi k}$ 是黑洞的温度。

用解析延拓方法研究 Hawking 辐射, 这是动力学理论, 它是从解弯曲时空中粒子的 Klein-Gordon 方程和 Dirac 方程出发, 得出视界曲面上有正反粒子对产生和有 Hawking 辐射的结论。

Hawking 辐射温度与视界上的重力加速度成正比 ($T \equiv \frac{K}{2\pi k}$)。

Fermi 子的辐射热谱服从 Fermi-Dirac 统计; Bose 子的辐射热谱服从 Bose-Einstein 统计。

六、小 结

我们把自 1974 年以来有关 Hawking 辐射工作列于下面:

1974 年, Hawking 指出: 有可能存在一种量子过程, 使得黑洞的不可约质量通过辐射而逐渐减少^[5]。

1976 年, Damor 和 Ruffini 利用 Klein-Satuker-Heisenberg-Euler 方案讨论了 Schwarzschild

黑洞和Kerr黑洞的Klein-Gordon粒子的辐射问题^[15]。

1980年,刘辽和许殿彦^[16]应用Chandrasekhar^[17]在1976年找到的Kerr背景时空中静止质量不为零的Dirac方程,在准极端黑洞的视界附近找到了静止质量不为零的Dirac方程解,导出了相应的Hawking辐射的热谱公式。

1981年,赵峥、桂元星和刘辽^[18]利用Page^[19]在Kerr-Newman背景时空中推广的Chandrasekhar在Kerr背景时空中的结果,导出了准极端Kerr-Newman黑洞的Dirac粒子及一般Kerr-Newman黑洞的Klein-Gordon粒子的Hawking辐射。

1982年、1983年须重明和沈有根^[20],许殿彦^[21]分别求得了一般Kerr-Newman黑洞的荷电Dirac粒子的Hawking辐射的热谱公式。

1984年,赵峥和章德海^[22],沈有根^[23]分别导出了双子黑洞(Kerr-Newman-Kasuya黑洞)的荷电荷磁的Klein-Gordon粒子和Dirac粒子的Hawking辐射的热谱公式。

1983年许殿彦^[24],1984年许殿彦和王辉毓^[25],1985年沈有根^[26]分别给出了Kerr-Newman-De Sitter背景时空中的荷电Klein-Gordon粒子和Dirac粒子的Hawking辐射的热谱公式。

1987年,沈有根^[27]给出了Kerr-Newman-Kasuya-De Sitter背景时空中荷电荷磁的Dirac粒子的Hawking辐射的热谱公式。

沈有根又在文[28]中给出了Kerr-Newman-Kasuya-De Sitter背景时空中荷电荷磁的Klein-Gordon粒子的Hawking辐射的热谱公式。

上述工作都是在具体给定的度规下,研究视界附近粒子的Hawking辐射问题。

1981年,刘辽和赵峥^[29]指出,如果一个稳态Riemann时空有视界,那么在视界附近一定会有自真空中产生的粒子,产生的粒子具有黑体谱,辐射温度正比于视界附近的重力加速度,并对 $1+1$ 维稳态Riemann时空给出了证明,导出了相应的热谱公式。

同年,赵峥^[30]导出了四维静态Riemann时空中的Klein-Gordon粒子的Hawking辐射的热谱公式。

1983年,赵峥和桂元星^[31]导出了四维稳态伪Riemann时空中Klein-Gordon粒子的Hawking辐射的热谱公式。

同年,许殿彦^[32]导出了四维静态Riemann时空中Dirac粒子的Hawking辐射的热谱公式。

最近,沈有根^[33]给出了四维稳态伪Riemann时空中Dirac粒子的Hawking辐射的热谱公式。

以上工作都是在存在视界的抽象的Riemann时空中讨论Hawking辐射问题的,并给出了相应的热谱公式。

作者对于叶叔华、刘辽、赵峥、许殿彦、宋国玄等老师的热情帮助,谨致衷心谢意。

参 考 文 献

- [1] Oppenheimer, J. R. and Volkoff, G. M., *Phys. Rev.*, 55 (1939), 374.
- [2] Weinberg, S., *Gravitation and Cosmology*, John. Wiley, (1972).
- [3] Chandrasekhar, S., *Rev. Mod. Phys.*, 56 (1984), 137.
- [4] Michel, J., *Philos. Trans.*, 74(1783), 35; 方励之, *科学通报*, 19 (1974), 49.
- [5] Hawking, S. W., *Nature*, 248 (1974), 30; Hawking, S. W., *Commun. Math. Phys.*, 43 (1975), 199.
- [6] Hawking, S. W., in *The Seventh Texas Symposium on Relativistic Astrophysics 1974*, ed. by P. G.

- Bergmann; p. 289, *Ann. NY Acad. Sci.*, Vol. 262, (1975).
- [7] Birrell, N. D. and Davies, P. C. W., *Quantum Field in Curved Space*, Cambridge University Press (1982).
- [8] Hawking, S. W. and Israel, W., *General Relativity, An Einstein Centenary Survey*, (1979).
- [9] 刘辽, 广义相对论, 北京师范大学讲义, (1980).
- [10] Lie, T. D. *Nucl. Phys.*, **B264** (1986), 437.
- [11] Hawking, S. W., The event horizon, in *Black Holes*, ed. by C. M. De Witt and B. S. De Witt. Gordon and Breach, New York, (1973).
- [12] Carter, B., Black hole equilibrium states, in *Black Holes*, ed. by C. M. De Witt and B. S. De Witt, Gordon and Breach, New York, (1973).
- [13] Misner, C. W., *Bull. APS*, **17** (1972), 472.
- [14] Press, W. M. and Teukolsky, S. A., *Nature*, **238** (1972), 211.
- [15] Damour, T. and Ruffini, R., *Phys. Rev.*, **D14** (1976), 322.
- [16] 刘辽, 许殿彦, 物理学报, **29** (1980), 1617.
- [17] Chandrasekhar, S., *Proc. Roy. Soc. London.*, **A349** (1976), 571.
- [18] 赵峥, 桂元星, 刘辽, 天体物理学报, **1** (1981), 141.
- [19] Page, D. N., *Phys. Rev.*, **D14** (1976), 1509.
- [20] 须重明, 沈有根, 物理学报, **31** (1982), 207; Xu Chongming and Shen Yougen, *Proc. of Academia Sinica -Max-Planck Society Workshop on High Energy Astrophysics*, 343, Science Press, Beijing, China, Gordon and Breach, (1983).
- [21] 许殿彦, 物理学报, **32** (1983), 225.
- [22] 赵峥, 章德海, 科学通报, **29** (1984), 11.
- [23] 沈有根, 科学通报, **29** (1984), 446.
- [24] 许殿彦, 北京大学学报, (1983), No.2, 57.
- [25] 许殿彦, 王辉毓, 科学通报, **29** (1984), 1408.
许殿彦, 王辉毓, 北京大学学报, (1983). No. 5, 63.
- [26] 沈有根, 物理学报, **34** (1985), 1202.
- [27] 沈有根, 数学物理学报, **7** (1987), 89.
沈有根, 自然杂志, **10** (1987), 713.
- [28] 沈有根, 黑洞的视界与粒子的辐射, (数学物理学报审阅中).
- [29] 刘辽, 赵峥, 科学通报, **26** (1981), 1253.
- [30] 赵峥, 物理学报, **30** (1981), 1508.
- [31] 赵峥, 桂元星, 天体物理学报, **3** (1983), 146.
- [32] 许殿彦, 科学通报, **28** (1983), 651.
- [33] 沈有根, 四维稳态伪Riemann时空中 Dirac粒子的Hawking辐射, (数学物理学报审阅中).

(责任编辑 刘金铭)

The Hawking Radiation of Black Holes —Quantum Effect of Matter in the Gravitation Field

Shen Yougen

(Shanghai Astronomical Observatory, Academia Sinica)

Abstract

This review paper introduces the theory of the Hawking radiation of black holes, i. e. quantum effect of matter phenomenon in the gravitational field.