第6卷 第2期 天文学进展 Vol.6, No.2
1988年4—6月 PROGRESS IN ASTRONOMY April—June, 1988

月球的形状及其物理参数

张承志 沈 玫
(南京大学天文学系)

提 要

本文简要评述了研究月球形状的一般理论和已取得的主要结论，包括对月球进行空间探测(包括Doppler跟踪和LLR观测)以来，在这一领域内发生的重大变化，它们涉及月球内部密度分布模型的建立，对月核大小限制的讨论，月球的弹性以及自转能量耗散等问题。最后，综合这一领域内已获得的研究成果，提出了一项有关选择月球物理参数采用值的建议。

自1966年4月3日和8月14日分别由苏、美发射成功绕月轨道器后，开辟了用空间手段对月球重力场直接探测的研究领域；随着1969年7月16日"Apollo"11号登月成功并在月面上放置了第一个角反射器，月球激光测距(LLR)——一种新的天体测量技术应运而生。

对一系列空间探测结果进行分析处理后，获得了月球重力场展开式中的司托克斯系数C_{mn}和S_{mn}，这就使月球动力学形状等课题的研究深入了一步；而利用LLR技术能精确地测定出月球物理天平动参数β和γ等量。本文准备从月球的形状及其物理参数这一侧面来评述近二十余年来的研究成果，并就月球物理参数的选取提出一项建议。

一、月球的流体静力学平衡形状和动力学形状

1. 一般概念

当天体处于流体静力学平衡时，应有

$$\Delta p = -\rho\Delta\Psi \tag{1.1}$$

其中p为压力，ρ为密度，Ψ为势函数。Ψ由天体的引力势V，自转离心力势U，以及其他天体的起潮势W等三部分组成，即

$$\Psi = V + U + W \tag{1.2}$$

由(1.1)式易于看出，$\Psi=\text{const}$的等势面既是等压面，又是等密度面。

在月球的情况下，选取月球的主轴坐标系$O\text{-}XYZ$作为月固坐标系，原点O位于月球的质心，Z轴(又称形状轴，绕该轴的主惯性矩最大，记为C)取为月球自转轴方向，X轴(绕该轴的主惯性矩A最小)指向零子午圈方向(即地球平均位置的方向)；Y轴(绕该轴的主惯性矩为B)与X，Z轴组成右旋笛卡儿坐标系。月面上某点P的坐标可记为(r,φ,λ)，这里r为P点的矢

1988年1月23日收到。

径，ϕ和λ为P点的月面纬度和月面经度。

根据Clairaut建立的天体形状理论[1]，在流体静力学平衡的条件下，如果只保留到一阶小量，月球表面形状可写为下列形式：

$$r(\varphi,\lambda)=a[1+\varepsilon_2 S_2(\varphi,\lambda)] \tag{1.3}$$

其中a为表面的平均半径，ε_2为一小参数，S_2为二阶球面函数。(1.3)式表明月球的流体静力学表面为一扁球面。

2．月球的流体静力学平衡形状

写出(1.2)式的势函数Ψ以后，忽略月球的天平动，令Ψ = const，可得出月球的流体静力学平衡形状：

$$r(\varphi,\lambda)=a_0[1+A_1 P_2(\sin\varphi)+A_2 P_2^2(\sin\varphi)\cos 2\lambda] \tag{1.4}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}
a_0&=a\left[1+\frac{5}{6}\mu^{-1}\left(\frac{a}{\bar{d}}\right)^3\right]\\
A_1&=-\frac{25}{12}\mu^{-1}\left(\frac{a}{\bar{d}}\right)^3\left(\frac{a}{a_0}\right)\\
A_2&=\frac{5}{8}\mu^{-1}\left(\frac{a}{\bar{d}}\right)^3\left(\frac{a}{a_0}\right)
\end{aligned}\right\} \tag{1.5}$$

这里，$P_2(\sin\varphi)$是二阶勒让德多项式，$P_2^2(\sin\varphi)$为连带勒让德函数；$\bar{d}$为月地平均距离，$\mu^{-1}=M_\oplus/M$为地月质量比。

针对月球的具体情况，可令密度ρ = const，利用(1.4)式并只保留到一阶小量，可导出月球主惯性矩的流体静力学值A_0,B_0,C_0：

$$\left.\begin{aligned}
A_0&=\frac{2\pi a_0^5}{15}\rho\left[4-\frac{35}{3}\mu^{-1}\left(\frac{a}{\bar{d}}\right)^3\right]\\
B_0&=\frac{2\pi a_0^5}{15}\rho\left[4+\frac{10}{3}\mu^{-1}\left(\frac{a}{\bar{d}}\right)^3\right]\\
C_0&=\frac{2\pi a_0^5}{15}\rho\left[4+\frac{25}{3}\mu^{-1}\left(\frac{a}{\bar{d}}\right)^3\right.
\end{aligned}\right\} \tag{1.6}$$

以及物理天平动参数$\alpha_0,\beta_0,\gamma_0$：

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_0&=\frac{C_0-B_0}{A_0}=\frac{5}{4}\mu^{-1}\left(\frac{a}{\bar{d}}\right)^3\\
\beta_0&=\frac{C_0-A_0}{B_0}=5\mu^{-1}\left(\frac{a}{\bar{d}}\right)^3\\
\gamma_0&=\frac{B_0-A_0}{C_0}=\frac{15}{4}\mu^{-1}\left(\frac{a}{\bar{d}}\right)^3
\end{aligned}\right\} \tag{1.7}$$

二阶司托克斯系数C_{20}^{H}和C_{22}^{H}：

$$\left.\begin{aligned}
C_{20}^{\mathrm{H}}&=-\frac{C_0-\frac{1}{2}(A_0+B_0)}{Ma^2}=-\frac{5}{4}\mu^{-1}\left(\frac{a}{\bar{d}}\right)^3\\
C_{22}^{\mathrm{H}}&=\frac{B_0-A_0}{4Ma^2}=\frac{3}{8}\mu^{-1}\left(\frac{a}{\bar{d}}\right)^3
\end{aligned}\right\} \tag{1.8}$$

由γ_0和$C_{22}^{\rm H}$的表达式易于导出：

$$\frac{C_0}{Ma^2}=\frac{4C_{22}^{\rm H}}{\gamma_0}=\frac{2}{5} \tag{1.9}$$

同时，对一个处于流体静力学平衡下的天体，$C_{20}^{\rm H}, C_0/Ma^2, q_0=\omega_0{}^2a^3/GM$满足Radau-Darwin公式[2]：

$$\frac{C_{20}^{\rm H}}{q_0}=\frac{1}{3}\left\{1-5\left[1+\left(\frac{5}{2}-\frac{15}{4}\frac{C_0}{Ma^2}\right)^2\right]^{-1}\right\} \tag{1.10}$$

利用(1.9)式，由(1.10)式可导出：

$$\omega_0=\left(-2\,C_{20}^{\rm H}\frac{GM}{a^3}\right)^{1/2} \tag{1.11}$$

3. 月球的动力学形状

对月球轨道器的Doppler跟踪资料分析处理后，就可确定月球重力场展开式中的各阶司托克斯系数，从而可建立起等势面方程——月球的动力学形状。如果只保留到二阶司托克斯系数，月球扁球面方程可写为[3]：

$$r(\varphi,\lambda)=a[1-f\sin^2\varphi+3\cos^2\varphi(C_{22}\cos2\lambda+S_{22}\sin2\lambda)] \tag{1.12}$$

其中

$$f=-\frac{3}{2}C_{20}+\frac{1}{2}q \tag{1.13}$$

利用MERIT规范[4]中选载的各参数值(参见下文的表1)，可推算出月球动力学形状的表面方程为：

$$\begin{aligned} r(\varphi,\lambda)=&1.73753\times10^6m[1-3.070\times10^{-4}\sin^2\varphi\\ &+3\times10^{-5}(2.2302\cos2\lambda+0.00173\sin2\lambda)\cos^2\varphi] \end{aligned} \tag{1.14}$$

4. 各物理参数的数字估算

计算中涉及的各量均取自MERIT规范，包括$GM=4902.7993{\rm km^3\cdot s^{-2}}$，$\mu=0.012300034$等；其他量则取当代最精确的值，如$G=(6.6726\pm0.0005)\times10^{-11}{\rm kg^{-1}\cdot m^3\cdot s^{-2}}$[5]，$a=(1.73753\pm0.00003)\times10^6$m[6]，$\bar{d}=3.8440\times10^8$m。由上列各有关数值可导出月球的平均密度$\bar{\rho}=3.34398\ {\rm g\cdot cm^{-3}}$。

各物理参数的数值列于表1中。

表1 月球物理参数的比较

参 数	流体静力学平衡值	实 测 值
β	3.7541×10^{-5}	6.316769×10^{-4}
γ	2.8155×10^{-5}	2.280043×10^{-4}
α	0.9385×10^{-5}	4.0367266×10^{-4}
C_{20}	-9.385×10^{-6}	-2.02151×10^{-4}
$C_2{}^2$	2.816×10^{-6}	2.2302×10^{-5}
C/Ma^2	0.400	0.39053
ω	4.188×10^{-6} rad·s^{-1}	2.662×10^{-6}rad·s^{-1}

表1中列出的实测值除α和ω外均取自 MERIT 规范*。通过表列数值的比较，易于发现月球并不处于流体静力学平衡状态。但是，由实测值 $C/Ma^2=0.39053$ 可知，月球内部物质的分布还是相当均匀的。大家知道，地球的 $(C/Ma^2)_\oplus=0.33067$，这表明月球的密度分布要比地球的均匀得多。

利用表列的静力学平衡值，按(1.4)式可计算出月球扁球面方程：

$$r(\varphi,\lambda)=1.737541\times10^6m[1-2.346\times10^{-5}\sin^2\varphi+1.408\times10^{-5}\cos^2\varphi\cos2\lambda] \tag{1.15}$$

这与(1.14)式的偏离也是明显的。

二、月球的密度模型

1. 对月球密度模型的约束

在C_{20},C_{22},β,γ 这四个参数中，由它们的定义可知只有三个是独立的，易于导出关系式

$$C_{22}=-\frac{C_{20}}{2}\frac{\gamma(1+\beta)}{(2\beta-\gamma+\beta\gamma)} \tag{2.1}$$

另外尚有

$$\frac{C}{Ma^2}=\frac{4C_{22}}{\gamma} \tag{2.2}$$

月球的平均惯性矩 $I=\frac{1}{3}(A+B+C)$ 可表为

$$\frac{I}{Ma^2}=\left[\frac{3+\beta+\gamma-\beta\gamma}{3(1+\beta)}\right]\frac{C}{Ma^2} \tag{2.3}$$

利用表1列出的实测值，可导出$I/Ma^2=0.390395$。

当建立月球密度分布模型时，$\bar\rho$和 I/Ma^2 是对各种模型的两个约束条件，也就是说，当一个模型建立后，按该模型给定的密度分布规律得出的 $\bar\rho$ 和 I/Ma^2 应与它们的实测值相符。

另一方面，一个处于流体静力学平衡状态下的球对称天体，当 $\rho=\bar\rho=\text{const}$ 时，其中心压力 $p(0)$ 可按下式估算[7]：

$$p(0)=\frac{2\pi G}{3}\bar\rho^2a^2 \tag{2.4}$$

按上式可得月球的$p(0)=4.718\times10^9\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}=47.18\text{kbar}$，这相当于地面以下深约150km处的压力，只有地球中心压力的1%。注意到月球的平均密度大致相当于地球上地幔的密度，这再次说明月球内部物质分布是比较均匀的，即使月球拥有一个由较重物质构成的月核，其半径也应不超过700km（对 FeS 核而言）[8]。

2. 三层匀质模型

*不久前，Williams 等[29]分析了1969.8—1986.2 McDonald 天文台等四个台站的LLR资料，得到了较新的月球物理天平动参数值：$\beta=(6.31931\pm0.00756)\times10^{-4}$，$\gamma=(2.27951\pm0.00064)\times10^{-4}$。

假定月球是具有三个同心层的球体,每层都是均匀的,最外层是月壳,其厚度平均65km,密度$\rho_1=2.85\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$[9];月核的半径为$R_2$,密度为$\rho_3$;中间层是月幔,其厚度为$(R_1-R_2)$,密度为$\rho_2$。

利用$\bar{\rho}$和I/Ma^2这两个约束条件,易于导出

$$\left.\begin{aligned}\bar{\rho}&=\rho_1+\left(\frac{R_1}{a}\right)^3\varDelta\rho_1+\left(\frac{R_2}{a}\right)^3\varDelta\rho_2\\ \frac{5}{2}\frac{I}{Ma^2}\bar{\rho}&=\rho_1+\left(\frac{R_1}{a}\right)^5\varDelta\rho_1+\left(\frac{R_2}{a}\right)^5\varDelta\rho_2\end{aligned}\right\}\tag{2.5}$$

式中的$\varDelta\rho_1=\rho_2-\rho_1$,$\varDelta\rho_2=\rho_3-\rho_2$。

(2.5)式可推广到k层匀质模型的情况,这时有[9]:

$$\left.\begin{aligned}\bar{\rho}&=\rho_1+\sum_{j=1}^{k}\varDelta\rho_j\left(\frac{R_j}{a}\right)^3\\ \frac{5}{2}\frac{I}{Ma^2}\bar{\rho}&=\rho_1+\sum_{j=1}^{k}\varDelta\rho_j\left(\frac{R_j}{a}\right)^5\end{aligned}\right\}\tag{2.6}$$

取月核半径$R_2=400,500,600$ km,按(2.5)式可构造出三个月球模型(见表2)。

表2 三层匀质月球模型

No.	月壳		月幔		月核	
	厚度(km)	密度($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	厚度(km)	密度($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	厚度(km)	密度($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)
Ⅰ	65	2.850	1272.53	3.347	400	7.478
Ⅱ	65	2.850	1172.53	3.345	500	5.535
Ⅲ	65	2.850	1072.53	3.343	600	4.667

模型Ⅰ中的月核相当于Fe核($7.87\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$),而模型Ⅲ的月核可认为是Fe-FeS核($5.40\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$[10])。

3. 准均匀模型和多层模型

如果把月球密度分布视为准均匀的,那么按照流体静力学平衡公式,有

$$dp=-\frac{2\pi G}{3}\bar{\rho}^2d(r^2)\tag{2.7}$$

或者

$$p(r)=\frac{2\pi G}{3}\bar{\rho}^2(a^2-r^2)\tag{2.8}$$

同时,假定月球物质的体积模量K(又称不可压缩性系数)与压力p成线性关系,即

$$K=K_0+bp\tag{2.9}$$

其中K_0和b均为正常数。

尽管 Bullen 曾强调指出[7],根据地球内部物质特性归纳出的K-p经验关系(2.9)式,其适用范围是$0.4\times10^3\text{kbar}<p<4\times10^3\text{kbar}$,月球的中心压力比该范围的下限值要低一个量级,但是作为一种判据,探讨一下月球情况下的K-p关系还是有意义的[2]。

由体积模量 K 的定义知

$$K=\rho\frac{dp}{d\rho} \tag{2.10}$$

在(2.10)式右端微分号外取近似 $\rho\approx\bar{\rho}$，可以导出[2]：

$$\frac{I}{Ma^2}=\frac{2}{5}\left[1-\frac{4}{35}\frac{p(0)}{K_0}+\frac{8}{1575}(9+10b)\left(\frac{p(0)}{K_0}\right)^2\right] \tag{2.11}$$

在(2.11)式中，只要给定 $p(0)/K_0$ 和 b 中任一量的值，就可定出另一个的值。一般说，可参考其他类地行星的内部结构模型，选取比值 $p(0)/K_0$，然后可得 b 值。已知 K_0 和 b 以后，就可数值求解 Emden 方程，得出月球内部密度和压力的分布规律，具体方法可参看文献[11]。

Bills 和 Ferrari[9]曾综合利用月面测量、月球重力场、物理天平动以及月震资料，建立了一个包含六层的月球密度模型，月核半径取为340km。

4.月核大小与平均惯性矩的关系

在匀质分层模型的情况下，如果认为 $\bar{\rho}$ 和月核半径没有误差，那么当(2.5)式中的有关量发生一线性变化时，易于导出：

$$\delta\left(\frac{I}{Ma^2}\right)=\frac{2}{5}\frac{\xi_c^3}{\bar{\rho}}(\xi_c^2-1)\delta\rho_c \tag{2.12}$$

其中 $\delta\left(\frac{I}{Ma^2}\right)$ 和 $\delta\rho_c$ 分别表示平均惯性矩和月核密度的变化量，$\xi_c=R_c/a$，R_c 为月核半径。

当 I/Ma^2 中存在误差时（目前为±0.0023），(2.12)式描述了 $\delta\rho_c$ 随 ξ_c 而变化的规律，Ananda等[12]，Ferrari等[6]都讨论过这一问题。

不久前，我们[13]采用一个两层模型，其密度分布规律为：

$$\left.\begin{aligned}&\rho(r)=\rho_0(1-k\xi^2), && R_c\leqslant r\leqslant a\\ &\rho(r)=\rho_c=\mathrm{const}, && 0\leqslant r<R_c\end{aligned}\right\} \tag{2.13}$$

式中 ρ_0 和 k 为两个正常数，可由下式确定：

$$\left.\begin{aligned}\bar{\rho}&=\rho_c\xi_\rho^3+\rho_0\left[(1-\xi_\rho^3)-\frac{3k}{5}(1-\xi_\rho^5)\right]\\ \frac{5}{2}\frac{I}{Ma^2}\bar{\rho}&=\rho_c\xi_\rho^5+\rho_0\left[(1-\xi_\rho^5)-\frac{5k}{7}(1-\xi_\rho^7)\right]\end{aligned}\right\} \tag{2.14}$$

由(2.14)式易于导出：

$$\delta\left(\frac{I}{Ma^2}\right)=\frac{2}{5}\frac{\xi_\rho^3}{\bar{\rho}}\left[\xi_C^2-\frac{(1-\xi_\rho^5)-\frac{5k}{7}(1-\xi_\rho^7)}{(1-\xi_\rho^3)-\frac{3k}{5}(1-\xi_\rho^5)}\right]\delta\rho_c \tag{2.15}$$

我们曾分别对两种月核(Fe 核和 Fe-FeS 核)构造了 10 个月球模型，数字估算表明，对于Fe 核模型，月核半径可达 450km，而对于 Fe-FeS核模型，月核半径应小于600 km。当月核大小超出上述值时，月幔中的密度分布将违背朝月心增加的规律。

限定月核的大小以后，当给出 $\delta(I/Ma^2)$ 时，就可按 (2.15) 式计算出 ρ_c 的不确定范围。计算结果表明，如允许月核密度约有1g·cm^{-3}的不确定性，则月核 (Fe 核或 Fe-FeS

核）半径达 400—450km 是可能的。这样大小的一个月核与当前已知的月球自转的动力学特性没有矛盾，也与磁场起因的发电机机制假说相容。

三、月球的弹性参数和自转能量耗散

1. 描述月球弹性的洛夫数

用两个洛夫数 k 和 h 能方便地描述月球弹性形变的特征。对于不可压缩的匀质月球，k 和 h 可利用Kelvin公式来估算[14]：

$$k=\frac{3}{2}\left(1+\frac{19\mu}{2g\bar{\rho}a}\right)^{-1} \tag{3.1}$$

$$h=\frac{5}{2}\left(1+\frac{19\mu}{2g\bar{\rho}a}\right)^{-1} \tag{3.2}$$

其中 $g=162.3976\mathrm{cm\cdot s^{-2}}$是月球表面的重力加速度，$\mu$ 为刚性系数（注意，这里的 μ 与前面的月地质量比完全是两回事）。

如取月球的刚性系数 $\mu=668\mathrm{kbar}$，按(3.1)和（3.2）式易于计算出 $k=0.0220, h=0.0366$。

把月球视为均匀的球体（即 ρ 为常数），而月球物质的刚性系数 μ 和体积模量 $K=\lambda+2\mu/3$（λ为拉梅常数）均为有限值，洛夫数可按 Love 公式计算[15]：

$$\left.\begin{aligned}k&=\frac{3}{2}-A_2\psi_2\left[\frac{1}{2}\left(\frac{3\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2-\beta^2}\right)-1\right]+B_2\chi_2\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha^2+3\beta^2}{\alpha^2-\beta^2}\right)+1\right]\\ h&=\frac{5}{2}-\frac{A_2}{3}\left[\frac{5}{2}\left(\frac{3\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2-\beta^2}\right)\psi_2+\psi_1\right]+\frac{B_2}{3}\left[\frac{5}{2}\left(\frac{\alpha^2+3\beta^2}{\alpha^2-\beta^2}\right)\chi_2+\chi_1\right]\end{aligned}\right\} \tag{3.3}$$

已知月球的 μ 和 λ，就可计算出$\alpha,\beta,\psi_i,\chi_i$等量，从而可求得 A_2 和 B_2，它们的具体表达式可参阅Love的原著[15]。

仍取 $\mu=668\mathrm{kbar}$，并令$\lambda=3\mu/2$，可计算出$k=0.02227, h=0.03819$。与不可压缩下的值相比，k和 h 值均有所增大。

至于可压缩非匀质月球的洛夫数的计算，需利用数值求解微分方程组的方法，例如可遵循 Molodensky 建立的理论[16]，求解包含六个一阶常微分方程的方程组。Bodri [17] 曾对一两层模型，数值求解后得$k=0.0173, h=0.0639$。Cheng 和 Toksöz [18] 利用类似方法曾分别对两个不同的月球模型，解得 $k=0.0293$和 0.0335；$h=0.0501$和0.0627。

2. 月球自转耗散

在没有能量耗散的情况下，月球的自转轴应处于卡西尼状态，月球总是以同一面朝着地球。由于存在太阳起潮势和地球起潮势中高阶项的影响，因此月球在其平衡点附近做周期性摆动，这就是受迫的物理天平动。

通过对LLR资料的分析，发现了存在月球自转能量的耗散，常用参数 kT 来表示。kT不为零，其结果将导致月球自转轴相对于卡西尼状态的微小漂移。同时，利用 LLR 还检测到了月球的自由天平动，已确认的有经度自由天平动，纬度自由天平动（包括自由摆动和自由章动）。

造成能量耗散和自由运动激发的可能原因有：陨石的撞击，月震，月球固体潮的位相滞后，以及核-幔间的粘性或湍流摩擦耦合等。

Peale 等[19],[20]曾系统地探讨过月球自转中自由摆动和物理天平动的激发和阻尼，特别是对陨石撞击和固体潮中的耗散做了数字估计，看来用陨石撞击不能解释自由摆动的激发，但是撞击事件有可能激发了经度自由天平动。

稍后，Yoder[21],[22]较深入地讨论了月球的能量耗散和自由天平动问题。根据LLR资料的分析得出[22]：

经度自由天平动—— $\theta_L = 1''.8 \sin[\phi_L(t) + 39°]$

自由摆动——$\theta_{WX} = 3''.0 \cos[\phi_W(t) + 105°]$

$\theta_{WY} = 7''.8 \sin[\phi_W(t) + 105°]$

自由章动—— $\theta_{NX} = 0''.4 \cos[\phi_N(t) + 4°]$

$\theta_{NY} = 0''.4 \sin[\phi_N(t) + 4°]$

其中 $\phi(t) = \sigma(t - t_0)$，$\sigma$ 为自由天平动频率，$\sigma_L = 2\pi/2.89$年，$\sigma_W = -2\pi/74.3$年，$\sigma_N = 2\pi/80.1$年。

自由摆动，自由章动和经度自由天平动中储存的能量分别为 2×10^8，10^{10}和$10^{10}J$，而通过月震每年释放的能量为 10^9J，但是，尚无确切的证据说明月震是自由运动的主要激发函数。

Cappllo 等[23]利用 McDonald 天文台 9 年的 2613 个 LLR 资料，对两种不同的模型分别得到了月球的 k 和 Q（潮汐耗散因子）值，如表3所示。

表 3　由LLR资料得到的 k和Q值

参　　数	Q∝频率倒数	Q = 常 数
k	0.024±0.006	0.027±0.006
kT	0.0047±0.00002天	—
k/Q	—	0.00112±0.00006
Q	22±6	24±6

Ferrari等[6]综合处理 LLR 和 Doppler 跟踪资料，得到 $k = 0.022\pm0.013$；$kT = 0.0072\pm0.0010$ 天。Dikey 等[24]分析了 McDonald 天文台1969—1980年的 LLR 资料，得出 $kT = 0.0047\pm0.0005$ 天，这与 Cappallo 等[23]的结果相符。不久前，Williams等[29]给出 $kT = 0.0048\pm0.0002$ 天，$k = 0.027\pm0.006$，它们的精度又提高了。

如果用月球固体潮的位相滞后来解释自转能量的耗散，这样由kT可导出月球的Q值，T相当于固体潮滞后时间。由观测资料检测出的Q值如此小（Q = 20左右）是完全出乎意料的，因为根据潮汐摩擦理论，月球目前已处于稳定状态，似乎不应该有这么低的Q值。

如果把核-幔间的摩擦耦合看作能量耗散的机制，当取月球液核的半径为 230km，密度为 $8g \cdot cm^{-3}$ 时，其运动粘滞率将高达 3000St[6]（$1St = 1cm^2 \cdot s^{-1}$）。地球液核的运动粘滞率只有0.004—0.02St，这意味着一个过小的月核将难以造成必需的能量耗散。即使取月核半径为360km，运动粘滞率仍需达20St，这比地球液核运动粘滞率的最大可能值还高三个

量级。

最近，Ross 和 Schubert[25]从理论上研究了一个粘弹性行星的潮汐耗散问题，并对一个匀质不可压缩月球模型计算了能量的耗散。看起来，在月球自转耗散的研究中，尚有许多问题有待从理论上完善并利用空间手段来加以验证。

四、对选择月球物理参数的建议

当前对月球的空间探测已达到相当高的精度，获得了一系列重要成果。已测定出的物理参数包括 C_{mn} 和 S_{mn}（最高阶已达 16×16[26]），$\beta,\gamma,GM,C/Ma^2$，以及月球赤道面对黄道面的倾角 $I=5553''.5$ 等。

在顾及月球的弹性形变后，(2.1)和(2.2)式应改写为[6]：

$$C_{22}=\frac{-C_{20}(1+\beta)\gamma+(\beta-\gamma)kE}{2(2\beta-\gamma+\beta\gamma)} \tag{4.1}$$

$$\frac{C}{Ma^2}=\frac{4C_{22}}{\gamma}-\frac{kE}{\gamma} \tag{4.2}$$

式中的参量 $E=0.985(M\oplus/M)(a/\bar{d})^3=7.40\times10^{-6}$。

如此众多的参数，其中有些量又不是独立的，这就有必要把各有关参数分为初始常数和导出常数两大类。初始常数是直接由分析观测资料得到的测定值，包括 β,γ,C_{20},GM,a 等。导出常数是由初始常数按某些关系式导出的，譬如按(4.1)和(4.2)式导出的 C_{22} 和 C/Ma^2。

利用关系式

$$\frac{C-A}{Ma^2}=2C_{22}-C_{20} \tag{4.3}$$

可推算出另一个导出常数——动力学扁率H：

$$H=\frac{C-\frac{1}{2}(A+B)}{C}=-\frac{1}{4}\frac{C_{20}}{C_{22}}\gamma \tag{4.4}$$

按上式可算出月球的$H=5.16672\times10^{-4}$。

至于洛夫数 k 可暂不决定其归属，待其精度提高后，再列为导出常数之一。

这里我们建议把 GM 规定为初始常数，以避免 $GM\oplus$，GM和 $\mu(\equiv GM/GM\oplus)$这三者之间可能出现的不自洽。IAU(1976)天文常数系统中把 μ 定为初始常数，亦应作出相应的改动，当取 $GM\oplus=3.98600448\times10^{14}\mathrm{m}^3\cdot\mathrm{s}^{-2}$时，导出常数 $\mu=0.0123000346$。

* * *

本文只从月球形状及其物理参数这个侧面评述了该领域内的新进展，其他问题，诸如月球内部温度分布规律，月球物质的物理特性(如λ和μ的取值，月震震波速度等)，月核粘滞性的动力学效应等均未涉及。这方面的课题（例如月球内部温度分布的研究）已有一些论述[8-9]，[27-28]，但许多问题的深入讨论和解决，尚待将来的空间探测来完成。

参 考 文 献

[1] Jeffreys, H., The Earth, Cambridge Univ. Press, (1959).
[2] Cook, A. H., Interiors of the Planets, Cambridge Univ. Press, (1980)
[3] 张承志，陕西天文台台刊，8 (1985)，1.
[4] MERIT STANDARDS, *USNO Circ.*, No. 167, (1983), U.S. Naval Obs.
[5] Luther, G. G. and Towler, W. R., *Phys. Rev. Letters*, **46** (1982), 121.
[6] Ferrari, A. J. et al., *J. Geophys. Res.*, **85** (1980), 3939.
[7] Bullen, K. E., The Earth's Density, Chapman and Hall Ltd. (1975).
[8] Toksöz, M. N. et al., *Rev. Geophys. Space Phys.*, **12** (1974), 539.
[9] Bills, B. G. and Ferrari, A. J., *J. Geophys. Res.*, **82** (1977), 1306.
[10] Brett, R., *Geochim. Cosmochim. Acta*, **37** (1973), 165.
[11] 沈玫，张承志，陕西天文台台刊，**10** (1987).
[12] Ananda, M. P. et al., *The Moon*, **17** (1977), 101.
[13] Zhang, C. Z. and Shen, M., *Earth, Moon, and Planets*, **40** (1988) (in press).
[14] Melchior, P., The Tides of the Planet Earth, Pergamon Press, (1978).
[15] Love, A. E. H., Some Problems in Geodynamics, Cambridge Univ. Press, (1911). (Reprinted 1926).
[16] Molodensky, M. S., *Comm. Obs. R. Belq.*, **188** (1961), 25.
[17] Bodri, B., *Pis'ma Astron. Zh.*, **2** (1976), 261 (In Russian).
[18] Cheng, C. H. and Toksöz, M. N., *J. Geophys. Res.*, **83** (1978), 845.
[19] Peale, S. J., *J. Geophys. Res.*, **81** (1976), 1813.
[20] Peale, S. J. and Cassen, P., *Icarus*, **36** (1978), 245.
[21] Yoder, C. F., in Natural and Artificial Satellite Motion, 211—221, Univ. of Texas Press, (1979).
[22] Yoder, C. F., *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* **A303** (1981), 327.
[23] Cappallo, R. J. et al., *J. Geophys. Res.*, **86** (1981), 7180.
[24] Dickey, J. O. et al., IAU Coll. No. 63, D. Reidel Dordrecht, Holland, (1982).
[25] Ross, M. and Schubert, G., *J. Geophys. Res.*, **91** (1986), D447.
[26] Bills, B. G. and Ferrari, A. J., *J. Geophys. Res.*, **85** (1980), 1013.
[27] Cole, G. H. A., *Planet. Space Sci.*, **19** (1971), 929.
[28] Cook, A. H., *Proc. R. Soc. Lond.* **A328** (1972), 301.
[29] Williams, J. G. et al., Proc. of the International Symposium Figure and Dynamics of the Earth, Moon, and Planets, 643—648, Published by GKP in Prague, n. p., Czechoslovakia, (1987).

（责任编辑 刘金铭）

The Shape of the Moon and Its Geophysical Parameters

Zhang Chengzhi Shen Mei

(Department of Astronomy, Nanjing University)

Abstract

In this article general theories on the shape of the Moon and primary results obtained on the basis of them are briefly reviewed. The changes in this field arising from the space explorations of the Moon, especially, the Doppler tracking and lunar laser ranging are mainly introduced, which are concerned with construction of the internal density distribution models, discussion on limitation of the size of the lunar core, the elastic parameters and the rotational energy dissipation of the Moon. A suggestion on the selection of the Moon's physical parameters is put forward, at the end of this paper, based on the achievements in this field.