第8卷 第3期
1990年9月

天 文 学 进 展
PROGRESS IN ASTRONOMY

Vol. 8 No. 3
Sep., 1990

非旋转原点的动力学意义

夏一飞 萧耐园

(南京大学天文系)

提 要

地球自转的精确描述要求在天球和地球的赤道上各选择一个参考点。Guinot建议以"非旋转原点"作为这样的一个参考点。深入了解非旋转原点的力学本质将有助于在实践中正确应用这一概念，并在理论上开拓新的课题。本文对非旋转原点的动力学定义、非旋转原点在惯性空间的运动、以非旋转原点作为参考原点的天体位置的误差等与非旋转原点有关的动力学问题作简要的介绍和评述，并进而讨论天球参考系的改进对恒星角的影响。

一、前 言

地球自转的精确描述要求在天球和地球的赤道上各选择一个参考点。1979年Guinot[1]首先提出了"非旋转原点"(NRO)作为这样一个参考点，它是根据运动学定义而确定的。1983年Aoki等[2]指出Guinot非旋转原点并不是一种新的概念，实际上按天体力学意义，它是运动着的赤道上的动力学起始点(DP)，它早已隐含在Newcomb的平太阳赤经的公式中。1986年Capitaine等[3]对Guinot非旋转原点作了进一步论述，认为在瞬时赤道上的Guinot非旋转原点可以代替春分点并能给出世界时的明确定义。1987年Aoki[4]对Guinot非旋转原点进行了再次讨论，不同意采用Guinot非旋转原点作为赤道上的参考点。

非旋转原点是否能代替春分点作为赤道上的起始点，它是否能对地球自转给出精确和明晰的描述，…，这些问题和天文坐标系的建立，地球自转的测定，岁差和章动的研究以及方位天文学的工作都有着密切的关系，因此近数年来对非旋转原点的研究已成为人们十分关注的课题，并具有实际的意义。目前对非旋转原点的争议还在继续，国际天文学联合会参考系工作组鼓励对此进行深入探讨。须同祺等[5]介绍了Guinot非旋转原点的概念，并论述了它和世界时定义有关的问题。深入了解非旋转原点的动力学本质将有助于在实践中能正确应用这一概念，并在理论上开拓新的课题。本文将对Aoki等提出的非旋转原点的动力学定义，非旋转原点在惯性空间的运动，以非旋转原点作为参考原点的天体位置的误差等与非旋转原点有关的动力学问题作简要的介绍和评述，并进而讨论天球参考系的改进对恒星角的影响。

二、非旋转原点的动力学定义

Aoki和Kinoshita[2]从刚体地球的自转运动哈密顿(Hamilton)方程出发，利用分析力

1989年4月24日收到。
1989年8月7日收到修改稿。

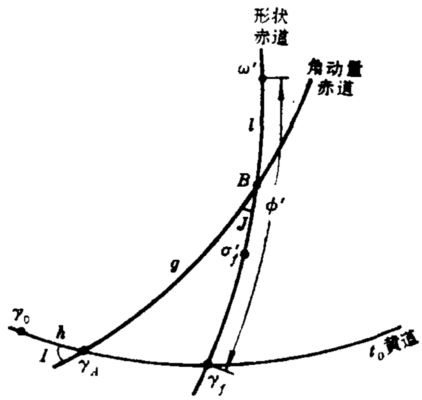

图 1 地球自转的几何角ϕ'

学方法，求得了形状赤道在黄道上的升交点γ_f到经度起点ω'的地球自转几何角ϕ'（图1），若保留到二阶项，可得

$$\phi' = \theta' + q + (\Delta q)_P + (\Delta q)_S \tag{1}$$

其中

$$\theta' = \int \omega_0 dt \tag{2}$$

$$q = \psi \cos\varepsilon \tag{3}$$

$$(\Delta q)_P = \Delta\psi\cos\varepsilon - \dot{\psi}\sin\varepsilon\int\Delta\varepsilon dt - \sin\varepsilon \cdot \left[\int\frac{d\Delta\psi}{dt}\Delta\varepsilon dt\right]_P \tag{4}$$

$$(\Delta q)_S = -\sin\varepsilon\left[\int\frac{d\Delta\psi}{dt}\Delta\varepsilon dt\right]_S \tag{5}$$

ω_0是地球自转相对于空间的未摄角速度，$\Delta\psi$和$\Delta\varepsilon$分别为黄经章动和交角章动，ψ是黄经日月岁差，ε是黄赤交角，下标P代表周期部分，下标S代表长期部分。这里忽略了黄道的运动。

若考虑行星岁差后，(3)、(4)和(5)式成为

$$q = \int\cos\varepsilon_1 d\psi - x \tag{6}$$

$$\begin{aligned}(\Delta q)_P = {} & \Delta\psi\cos\varepsilon - \int\Delta\varepsilon\sin\varepsilon(P\cos\varepsilon - p_g)dt - \left[\int\Delta\dot{\psi}\Delta\varepsilon\sin\varepsilon dt\right]_P \\ & - \left[\int\tfrac{1}{2}\Delta\varepsilon^2\cos\varepsilon(P\cos\varepsilon - p_g)dt\right]_P + \left[\int(\tfrac{1}{2}\Delta\psi^2\sin^2\varepsilon + \tfrac{1}{2}\Delta\varepsilon^2)\right. \\ & \left.\cdot(\dot{\pi}\sin\Lambda + \dot{\Pi}\cos\Lambda\sin\pi)/\sin\varepsilon\cdot dt\right]_P - \left[\int\Delta\psi\Delta\varepsilon\cos\varepsilon(\dot{\pi}\cos\Lambda - \dot{\Pi}\sin\Lambda\sin\pi)dt\right]_P\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}(\Delta q)_S = {} & -\left[\int\Delta\dot{\psi}\Delta\varepsilon\sin\varepsilon dt\right]_S - \left[\int\tfrac{1}{2}\Delta\varepsilon^2\cos\varepsilon(P\cos\varepsilon - p_g)dt\right]_S \\ & + \left[\int\tfrac{1}{2}(\Delta\psi^2\sin^2\varepsilon + \tfrac{1}{2}\Delta\varepsilon^2)(\dot{\pi}\sin\Lambda + \dot{\Pi}\cos\Lambda\sin\pi)/\sin\varepsilon\cdot dt\right]_S\end{aligned} \tag{8}$$

式中采用 Lieske 等[6]给出的符号，q是赤经岁差，$(\Delta q)_S$是章动长期项，$(\Delta q)_P$仍称为二分差。显然(7)、(8)式的$(\Delta q)_P$、$(\Delta q)_S$中除包含一阶和二阶章动周期项、章动长期项外，还包含日月岁差和二阶章动的交叉项以及行星岁差和二阶章动的交叉项。

若仅保留到二阶，数值上有

$$(\Delta q)_P = \Delta\psi\cos\varepsilon + 0''.00264\sin\Omega_☾ + 0''.000063\sin 2\Omega_☾ \tag{9}$$

$$(\Delta q)_S = -0''.00386t \tag{10}$$

其中$\Omega_☾$为月球升交点的平黄经。

Aoki 和 Kinoshita 认为，动力学的非旋转原点应和动力学计算相一致，不应取在瞬时自转赤道上，应取在形状赤道上。刚体地球绕形状轴的自转是不变的，不存在力矩，而绕瞬时自转轴的自转则受摄动和极移项的影响。如果动力学的非旋转原点取在瞬时自转赤道上，则将和包含在运动方程的解不一致。显然，动力学非旋转原点应是表达式(1)中消去θ'在形状赤道上的一点σ'_f。

为了和目前新技术观测的精度相一致，Aoki[4]考虑了二阶摄动，重新求解了刚体地球自转的运动方程，给出了章动二阶理论的表达式。在天球参考系和地球参考系的关系中不仅包括有 Oppolzer 项的章动，还包含动力学非旋转原点的赤经以及极移矩阵。现在章动理论

参照的极是天球历书极[7]，若动力学非旋转原点定义在天球历书赤道上，同样它是在天球历书赤道上消除掉 $\theta' = \int \omega_0 dt$ 的一点 σ'（图 2），它非常接近于形状赤道上的点 σ'_f. 若忽略掉组成极移矩阵的依赖于 $\widetilde{J}$ 的项，则该两点重合。

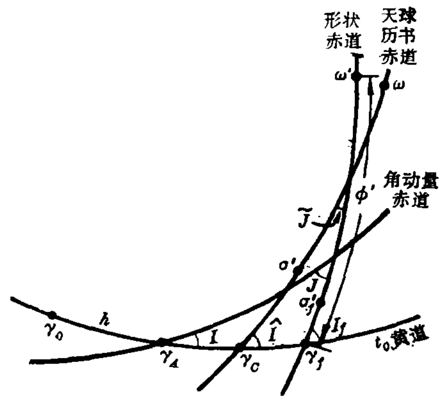

图 2　天球历书赤道上σ′点

三、相对于非旋转原点的恒星角

Guinot 最初提出的非旋转原点没有考虑章动的影响。若在平赤道上，从非旋转原点 σ 到经度起点 ω 的角距称为平恒星角 θ（图 3），有

$$\theta = \mathrm{GMST} - q \tag{11}$$

式中 GMST 为格林尼治平恒星时，q 为非旋转原点的赤经，实质上它就是 Newcomb 平太阳赤经中的赤经岁差项。Newcomb 称与这些项对应的天球点为“起始点”（DP）。Aoki 等[2]从动力学的角度证明了 Guinot 的非旋转原点就是 Newcomb 的 DP，同时证明了

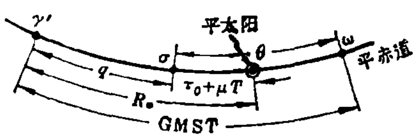

图 3　平恒星角

$$q = \int_0^t m dt \tag{12}$$

式中 m 为赤经岁差速率。上式和(3)式是等价的，目前的赤经岁差 q 是根据 Lieske 等[6]的岁差量按(12)式计算的。若用(11)式来定义世界时，就可以在世界时的定义中避免两种时间变量的矛盾。

岁差和章动一起决定了在天球参考系中的真赤道。为了要确定包括章动影响在内的地球的定向，必须知道格林尼治视恒星时 GST，它是从真赤道在黄道上的升交点即真春分点量起到格林尼治的零子午点之间的角距。在真赤道上非旋转原点 σ' 的格林尼治时角称为真恒星角，用 θ' 表示（图 4）。

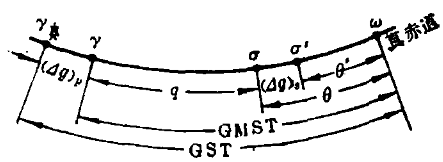

图 4　**GST 和真恒星角 θ'**

如果取历书赤道为真赤道，Aoki 和 Kinoshita 从动力学方法出发，得到了(1)式，即

$$\mathrm{GST} = \theta' + q + (\Delta q)_P + (\Delta q)_B \tag{13}$$

若用 $(\Delta q)_P$ 代替通常使用的 $\Delta\psi\cos\varepsilon$ 作为二分差后，GMST 和 GST 仍可写为

$$\mathrm{GMST} = \mathrm{GST} - (\Delta q)_P \tag{14}$$

将(13)式代入上式，得

$$\mathrm{GMST} = \theta' + q + (\Delta q)_B \tag{15}$$

Capitaine 等[3]按运动学方法取瞬时自转赤道为真赤道，求得真恒星角 θ' 为

$$\theta' = \mathrm{GMST} - q - (\Delta q)_B \tag{16}$$

其中

$$(\Delta q)_S = -0''.00394t \tag{17}$$

$$q = \int_0^t m\cos\Delta\theta_A dt \simeq \int_0^t m dt \tag{18}$$

$\Delta\theta_A$ 为赤纬章动。当 Capitaine 等取历书赤道为真赤道时，(17)式改为

$$(\Delta q)_S = -0''.00385t \tag{19}$$

将(15)、(12)、(10)式和(16)、(18)、(19)式分别比较，显然，由动力学方法和运动学方法得到在历书赤道上的真恒星角表达式是完全一致的，也即由这两种方法推出的历书赤道上的非旋转原点两者定义是等效的。

若令

$$\theta = \theta' + (\Delta q)_S \tag{20}$$

由此可得到在真赤道上的点 σ（见图4），则(15)式成为

$$\mathrm{GMST} = \theta + q \tag{21}$$

这样上式和(11)式具有相同的形式。真赤道上的 σ' 点有周期和长期的运动，由(14)式得知对赤经方向的章动计算考虑了周期运动，利用(20)式，将长期运动和真恒星角 θ' 合并在一起，因此 θ 定义了相对于没有章动的非旋转原点的恒星角。

四、非旋转原点在空间的运动

Guinot 曾定义了天体相对于非旋转原点为参考原点的“赤经”，并称其为瞬时赤经(IA)。下面我们以在赤道上的一个“不动的”天体为基准比较它的赤经和 IA。

在历书赤道上非旋转原点 σ' 的赤经（见图2）为

$$\gamma_c\sigma' = q + (\Delta q)_P + (\Delta q)_S \tag{22}$$

上式右边三项依次为(6)、(7)、(8)式，不过需将其中的 $\Delta\psi$ 和 $\Delta\varepsilon$ 分别代以 $\langle\Delta\psi\rangle + \langle\delta\psi\rangle$ 和 $\langle\Delta\varepsilon\rangle + \langle\delta\varepsilon\rangle$。这里 $\langle\delta\psi\rangle$ 和 $\langle\delta\varepsilon\rangle$ 是 Wahr 章动序列对于按形状极计算的章动序列之差。

在历书坐标系中天体的真赤经可表达为[4]

$$\begin{aligned}\alpha = \bar\alpha &+ (\langle\Delta\psi\rangle + \langle\delta\psi\rangle)(\cos\bar\varepsilon + \sin\bar\varepsilon\sin\bar\alpha\tan\bar\delta) - (\langle\Delta\varepsilon\rangle + \langle\delta\varepsilon\rangle)\cos\bar\alpha\tan\bar\delta\\ &+ \tfrac{1}{2}(\langle\Delta\psi\rangle + \langle\delta\psi\rangle)^2(\sin^2\bar\varepsilon\sin\bar\alpha\cos\bar\alpha + \sin\bar\varepsilon\cos\bar\varepsilon\cos\bar\alpha\tan\bar\delta + \sin^2\bar\varepsilon\sin2\bar\alpha\tan^2\bar\delta)\\ &+ (\langle\Delta\psi\rangle + \langle\delta\psi\rangle)(\langle\Delta\varepsilon\rangle + \langle\delta\varepsilon\rangle)(-\sin\bar\varepsilon\cos^2\bar\alpha + \cos\bar\varepsilon\sin\bar\alpha\tan\bar\delta - \sin\bar\varepsilon\cos2\bar\alpha\tan^2\bar\delta)\\ &+ \tfrac{1}{2}(\langle\Delta\varepsilon\rangle + \langle\delta\varepsilon\rangle)^2(-\sin\bar\alpha\cos\bar\alpha - \sin2\bar\alpha\tan^2\bar\delta)\end{aligned} \tag{23}$$

这里取到二阶项，$\bar\alpha$、$\bar\delta$ 和 $\bar\varepsilon$ 代表它们日期的平均值。考察(23)式，可见在赤道上(按 $\bar\alpha$ 取平均，$\bar\delta=0$)有

$$\alpha = \bar\alpha + (\langle\Delta\psi\rangle + \langle\delta\psi\rangle)\cos\bar\varepsilon - \tfrac{1}{2}(\langle\Delta\psi\rangle + \langle\delta\psi\rangle)(\langle\Delta\varepsilon\rangle + \langle\delta\varepsilon\rangle)\sin\bar\varepsilon \tag{24}$$

将上式与(7)式 $(\Delta q)_P$ 比较，上式的第三项相应于(7)式之第三项，但并不完全相同，这两项之差为

$$\begin{aligned}&-\int(\langle\Delta\dot\psi\rangle + \langle\delta\dot\psi\rangle)(\langle\Delta\varepsilon\rangle + \langle\delta\varepsilon\rangle)\sin\bar\varepsilon dt - [-\tfrac{1}{2}(\langle\Delta\psi\rangle + \langle\delta\psi\rangle)(\langle\Delta\varepsilon\rangle + \langle\delta\varepsilon\rangle)\sin\bar\varepsilon]\\ &= \tfrac{1}{2}\int[(\langle\Delta\psi\rangle + \langle\delta\psi\rangle)(\langle\Delta\dot\varepsilon\rangle + \langle\delta\dot\varepsilon\rangle) - (\langle\Delta\dot\psi\rangle + \langle\delta\dot\psi\rangle)(\langle\Delta\varepsilon\rangle + \langle\delta\varepsilon\rangle)]\sin\bar\varepsilon dt\end{aligned} \tag{25}$$

此外，(24)式中不存在与(9)式$(\Delta q)_P$中最大项即$0''.00264\sin\Omega_{\text{☾}}$相对应的一项，这一项来源于(7)式的第二项。

另一方面，由于考虑了二阶摄动理论，产生了章动的长期项$(\Delta q)_s$，这就使得在IA中引入了类似于在以春分点为参考原点的赤经岁差那样的长期项$(-\Delta q)_s$。

显然，在历书赤道上的非旋转原点相对于在赤道上的一个"不动的"天体在赤经方向上显现出长期和周期的运动。

实际上天球历书赤道由于岁差和章动还相对于天球参考系作运动，因此非旋转原点还必须补偿由于历书赤道的岁差和章动运动引起的赤经上的运动误差，即使按Guinot定义的非旋转原点也仅在参考面即赤道上非旋转，它只是一个局部的概念。在二阶理论中，非旋转原点相对于空间并不是"非旋转"。

五、以NRO为参考原点的天体位置的误差

若采用的岁差不精确，根据地球参考系中所观测的值计算，得到在基本历元时天球参考系中天体的坐标将显示出"自行"，即使该天体是固定在空间。因此自行依赖于所采用的参考系而具有相对的性质。

若不考虑银河系自转和太阳的运动，赤经自行和赤纬自行的条件方程为[9]

$$\left.\begin{aligned}\mu_\alpha &= \Delta k + \Delta n\sin\alpha\tan\delta + (\mu_\alpha)_{\text{残差}}\\ \mu_\delta &= \Delta n\cos\alpha + (\mu_\delta)_{\text{残差}}\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

其中

$$\Delta k = \Delta m - \Delta e \tag{27}$$

Δm和Δn为赤经岁差和赤纬岁差的改正，Δe是所取坐标系中非岁差性的分点改正。在赤纬系统中由观测的自行按最小二乘法分析可求得Δn，赤经则是相对测定的，用最小二乘法分析求解的Δk实际上可看作是相对于所观测天体的整个系统对采用参考点的改正。所采用的参考点不管是取春分点或取非旋转原点并没有区别，因为春分点或非旋转原点都不能直接观测。能直接观测的只是两个天体的赤经差。假定一个的赤经(RA)已知，则另一个的赤经亦可求得。这对于瞬时赤经也是一样的，因为两个天体的IA之差等于它们的赤经差。只要岁差常数取定，就可以由一个天体的赤经算得它的IA或作反向运算。因此对Δk，无论是由赤经自行或由IA自行组成的条件方程是一样的。注意$\frac{d}{dt}(\mathrm{RA}-\mathrm{IA})$将随$\Delta m$增大而增大，这时会产生差异。

在赤经自行分析中(26)式第一式的第二项起重要作用。这是由岁差常数的误差引起的，也就是说，如果岁差值有一误差，则会既在赤经上也在IA上引入一个其因子为$\sin\alpha\ \tan\delta$的虚位移。

在赤经中包含因子$\Delta\psi\cos\varepsilon$，天体赤经受到这一项的误差影响，而在IA中却不含有这一项，但在IA中出现的是$\Delta\psi\sin\varepsilon$因子，因此以NRO为参考原点的IA仍然会受到岁差常数不确定的影响。

六、天球参考系的改进对恒星角的影响

目前给出的 GMST/UT1 关系式[10]是根据新的岁差常数和分点运动改正进行了修正后，并考虑了保持新老系统的连续而得到的。引入了非旋转原点后，Aoki[4]和许邦信等[11]给出了 θ/UT1 的具体关系式

$$\theta = 24110^{s}.54841 + 8639877^{s}.31712T \text{ 在 } 0^{h}\text{UT1} \tag{28}$$

Capitaine[3]给出的不是 θ/UT1 的关系式，而是 θ′/UT1 的关系式

$$\theta' = 24110^{s}.54841 + 8639877^{s}.31738T \text{ 在 } 0^{h}\text{UT1} \tag{29}$$

其中 T 为自 J2000.0 起算的世界儒略世纪数。显然，(28)和(29)式是分别对应于不同的起始点 σ 和 σ′，由(20)和(10)式可知，两者相差 $(\Delta q)_s = -0''.003867T = -0^{s}.00026T$。(28)式中 T 前面的数值仅受岁差和分点运动的影响。目前的 FK5 系统并不是理想的天球参考系，今后的 FK5 系统如果需要进行 Δk 的改正，则上述的数值就需减去 $\Delta k\cdot T$。因此，为了满足 FK5 系统和今后射电新系统的连续性，必须尽可能进行光学系统和射电系统的连接研究。

如果黄经日月岁差有 $\Delta\psi$ 的改正、分点运动有 Δe 的改正，在由天球参考系向地球参考系的变换过程中，为保持在地球参考系中坐标具有相同的数值，由(21)和(27)式可知，必须用 GMST$+\Delta eT$ 代替 GMST，$\theta-\Delta k\cdot T$ 代替 θ，$q+\Delta m\cdot T$ 代替 q。因此为了保持 UT1 在系统变换时其数值和速率没有跳跃，GMST/UT1 关系式应加上 $\Delta e\cdot T$，θ/UT1 关系式应减去 $\Delta k\cdot T$。

在射电系统中，若仍使用由光学系统中的 θ/UT1 关系式(28)式来求得 UT1，则如上所述应该用 $\theta-\Delta k''\cdot T$ 代替 θ，$\Delta k''$ 为

$$\Delta k'' = \Delta k^{(r)} + \Delta k^{(o-r)} \tag{30}$$

其中 $\Delta k^{(r)}$ 表示射电系统的 Δk，$\Delta k^{(o-r)}(=\Delta e^{r}-\Delta e^{o})$ 表示光学系统相对于射电系统的漂移运动，可根据射电源赤经和它的光学对应体赤经之差的自行分析来求得。

θ 被 $\theta-\Delta k''\cdot T$ 代替，这意味着当岁差改进时，θ 的含意仍保持着，而数值上改变，这同 1976 天文常数系统变化时的原则是一致的。

七、结束语

尽管对非旋转原点还存在不同的争议，但由上述的论述，可以得出下面的结论

(1) 从动力学的观点，非旋转原点应取在历书赤道上；

(2) 为了和近代精确测量相一致，在地球自转的描述中，必须考虑章动的高阶项。在二阶理论中，非旋转原点相对于在赤道上的一个“不动的”天体有长期和周期的运动；

(3) 由动力学方法和运动学方法得到在历书赤道上的真恒星角表达式是完全一致的；

(4) 岁差常数的误差会给以非旋转原点为参考原点的 IA 带来直接的影响；

(5) 当天球参考系改进时，为保持在地球参考系中的坐标具有相同的数值，还必须同时考虑分点改正对 GMST/UT1 关系式的影响以及 $-\Delta k\cdot T$ 对 θ/UT1 关系式的影响；

(6) 为改善目前的天球参考系 FK5，必须很好地研究光学参考系和射电参考系的连接。对弹性地球和液核地球的非旋转原点的定义和作用有待于更进一步的研究。

参 考 文 献

[1] Guinot, B., in IAU Symp., No. 82, p. 7, (1979).
[2] Aoki, S. and Kinoshita, H., *Celes. Mech.*, 29 (1983), 335.
[3] Capitaine, N. et al., *Celes. Mech.*, 39 (1986), 283.
[4] Aoki, S., Relation between the Celestial Reference System and the Terrestrial Reference System of a Rigid Earth, submitted to *Celes. Mech.* (1987).
[5] 须同祺，李正心，天文学进展，7 (1989)，61.
[6] Lieske, J. H. et al., *Astron. Astrophys.*, 58 (1977), 1.
[7] Seidelmann, P. K., *Celes. Mech.*, 27 (1982), 79.
[8] Capitaine, N. and Guinot, B., in IAU Symp., No. 128, p. 33, (1988).
[9] Fricke, W., *Astron. J.*, 72 (1967), 642.
[10] Aoki, S. et al., *Astron. Astrophys.*, 105 (1982), 359.
[11] 许邦信等，中国科学A辑，(1982), No. 7, 644.

(责任编辑　林一梅)

On the Dynamical Meaning of the Non-rotating Origin

Xia Yifei　　Xiao Naiyuan

(*Department of Astronomy, Nanjing University*)

Abstract

The exact description of the Earth's rotation requires the choice of a reference point on the equator both in space and in the Earth. Guinot has proposed a "non-rotating origin" (NRO) to serve as such a reference point. A more detailed knowledge of the NRO's dynamical substance will be useful to its application both in practice and in theoretical investigations. In this paper, some dynamical problems are presented, such as the dynamical definition of the NRO, its movement in inertial space, errors in the position of a celestial body with the NRO as reference point etc. Furthermore, some discussions about the improvement of the celestial reference system on sidereal angle are put forward.