第9卷 第3期
1991年9月

天 文 学 进 展
PROGRESS IN ASTRONOMY

Vol. 9, No.3
Sep., 1991

量子宇宙学、baby宇宙和虫洞*

沈 有 根

(中国科学院上海天文台)

提 要

本文介绍了量子宇宙学中的Hartle-Hawking欧氏路径积分方法与Vilenkin隧道波函数方法以及它们各自的边界条件，并在de Sitter时空中，对上述两类宇宙波函数进行了具体计算。本文还对各种微超空间模型进行了介绍，并对baby宇宙与虫洞也作了一些介绍。

一、引 言

宇宙学作为一门自然科学的理论，它所探讨的是“我们的宇宙”中的物质运动规律及时空的整体特征。也就是说，宇宙学是研究存在的整体的大尺度空间结构和演化的科学。

现代宇宙学是本世纪20年代由爱因斯坦开创的。爱因斯坦在1916年建立了广义相对论以后，就将他的引力场方程应用到宇宙学研究中来，于1917年发表了《根据广义相对论对宇宙学所作的考查》这篇论文，从而开始了“现代宇宙学”的研究。此后，在求解爱因斯坦引力场方程的基础上，建立了各种相对论宇宙模型。以后结合核物理学知识与粒子物理学知识，在40年代后期和80年代初期又分别提出了热大爆炸宇宙模型和暴涨宇宙模型。

可以说，暴涨宇宙论已经把我们领到了宇宙的开端了。但是，作为宇宙的时间、空间和真空又是如何产生的呢？这就是量子宇宙学中所企图回答的问题之一。

量子宇宙学是量子理论和引力理论在宇宙学课题上的结合。当把量子场论的方法应用到引力理论中，从而奠定和确立了量子引力的方向以后，自然也就产生了把量子引力理论应用到宇宙学上面的想法和探索，从而诞生了“量子宇宙学”[1]，以及由此建立的量子宇宙模型[2]。量子宇宙学所考虑的时间区域是普朗克时期至10^{-23}秒之间的极其短促的一刹那。

一个完备的量子宇宙学理论的建立需要成熟的量子引力理论。尽管如此，量子引力的某些特征已为人知，依赖这些特征可对普朗克时期的宇宙作出一些合理的描述。在10^{-43}秒至10^{-23}秒的“量子”时期，我们可用半经典近似处理方法。因此，目前所讨论的量子宇宙学，应该是一个更为完善的理论的前奏。

量子宇宙学研究，从Misner开始[3]已有20多年了，但以往的研究着眼点集中于避免奇性的产生；而自1982年，英国剑桥大学召开的一次极早期宇宙学讨论会开始，情况发生了变化，量子宇宙学研究着眼于宇宙的创生问题，其实宇宙学中最重要的问题之一正是宇宙是

* 国家自然科学基金资助项目。
1991年1月7日收到。

如何创生的。目前在宇宙创生问题上，主要有两种研究方法：(1) Hartle-Hawking 的欧氏(其中时间为纯虚数)路径积分波函数 ψ_{H-H}，(2) Vilenkin 隧道波函数 ψ_V。

这两种波函数结果差异很大。

ψ_V：是选择尽量近似于普通量子力学中的隧道解，初始能量密度大，“隧道”波函数亦大；对应的初始能量密度小，“隧道”波函数亦小；这意味宇宙有甚高的几率，是起始于大的初始能量密度。

ψ_{H-H}：是选择欧氏路径积分产生的解，这路径积分所积路径为无边界的四维几何(时空的各种几何)，这种“无边界”波函数极度集中在任意小的初始能量密度上。从此意义上说，它与隧道波函数正好相反。

对于标量场 ϕ，由半经典近似处理，当 $V(\phi)$ 在所给区域中近似于常数时，V-波函数为[4,5]

$$\psi_V \approx \exp\left(-\frac{1}{3V(\phi)}\right)\exp\left(-\frac{i}{3}e^{3\alpha}V^{\frac{1}{2}}(\phi)\right) \tag{1}$$

而H-H波函数为[6]

$$\psi_{H-H} \approx \exp\left(\frac{1}{3V(\phi)}\right)\left[\exp\left(-\frac{i}{3}e^{3\alpha}V^{\frac{1}{2}}(\phi)\right)+\exp\left(\frac{i}{3}e^{3\alpha}V^{\frac{1}{2}}(\phi)\right)\right] \tag{2}$$

显见(1)、(2)两式是不同的，H-H波函数是实的，相当于CTP守恒这个事实[7]，由WKB近似连接的求和是两个共轭复数。而V-波函数是复的。再一个不同点是两式的前因子符号不同。

1989年5月底在美国召开的一个有关宇宙学国际会议上，莫斯科斯腾勃格天文研究院的Crishuk认为[8]：(1) 存在有初始密度 ρ_{min}($\rho_{min}<\rho_p$，ρ_p 为 Planck 密度)，(2) 真实的宇宙解可能介于 ψ_V 和 ψ_{H-H} 之间，用图表示为图1。

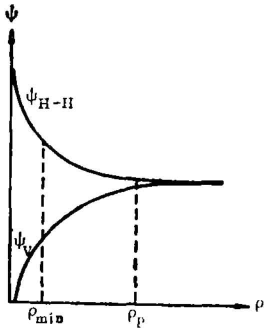

图 1

目前国际上，在Hawking理论框架中进行研究工作较多。

本文将对量子宇宙学，baby宇宙与虫洞中的一些基本概念及目前进展情况作一些介绍。

二、宇宙量子力学

1. 量子引力的路径积分表述

我们知道，在量子力学中，所有的物理定律都可采用路径积分的形式来表述[9]。我们希望将同样的表述用于量子引力的处理。由广义相对论，我们知道引力场是由度规场来描述的，一个紧致的四维流形时空度规可写成[6]：

$$dS^2=-(N^2+N_iN^i)dt^2+N_idx^idt+h_{ij}dx^idx^j \tag{3}$$

这里 N 是延迟函数，N_i 是漂移函数，h_{ij} 是三维类空超曲面 $t=\text{const}$ 上的内禀度规，N、N_i 和 h_{ij} 均是时空坐标的函数，h_{ij} 作为自由度构成一个无限维的超空间[6]，而 N 和 N_i 可通过广义变换消去，因此它们不构成自由度。

类似于一般量子系统那样的处理[6,10,11]，量子引力系统的波函数为：

$$\psi[h_{ij},\ \phi]=N\int_{C}d[g_{\mu\nu}]d[\phi]\exp(iS[g_{\mu\nu},\ \phi]) \tag{4}$$

其中 ϕ 为物质场，N 为归一化常数，S 为作用量，C 是构形空间中连接点(h_{ij}, ϕ)及初始准备点的所有路径；系统的基态波函数由

$$\psi[h_{ij},\ \phi]=N\int_{C}d[g_{\mu\nu}]d[\phi]\exp(-I[g_{\mu\nu},\ \phi]) \tag{5}$$

给出，其中 $I[g_{\mu\nu},\ \phi]$ 是欧氏作用量，它由 S 中作代换 $t\rightarrow -i\tau$，以及调整一个整体符号而得到。

我们有理由期望，由(2)定义的波函数也应满足一个类似于 Schrödinger 方程的方程，在后面我们将看到这个方程，在量子引力中它被称为 Wheeler-De Witt 方程。

在单圈近似下(亦称为半经典的 WKB 近似)，(5)式成为

$$\psi[h_{ij},\ \phi]=N\sum_{i}B_i\exp(-I^{i}_{Cl}) \tag{6}$$

其中 I^{i}_{Cl} 是第 i 个满足最小作用量原理的经典欧氏作用量，N 是归一化常数，B_i 是对经典轨道的涨落。

2. 广义相对论的哈密顿形式

在广义相对论中引力作用量通常取为[6,10]

$$S_g=\frac{1}{16\pi}\left[\int_{\mu}d^4x\sqrt{-g}\,(R-2\Lambda)+2\int_{\partial\mu}d^3x\sqrt{h}\cdot K\right] \tag{7}$$

其中 $h=\det h_{ij}$，$K=h_{ij}K^{ij}$，h_{ij}、K^{ij} 分别是三维边界上的内禀度规张量及外部曲率张量，R 是标量曲率，Λ 是宇宙常数。

由(3)式，并考虑物质场存在情况，则有作用量 $S=S_g+S_m$

$$=\frac{1}{16\pi}\int d^4x h^{\frac{1}{2}}N(K_{ij}K^{ij}-K^2+{}^3R-2\Lambda)+S_m \tag{8}$$

其中 $K_{ij}=\frac{1}{N}\left[-\frac{1}{2}\ \frac{\partial h_{ij}}{\partial t}+N_{(i|j)}\right]$，$K^{ij}=h^{ik}h^{jl}K_{kl}$，$K=h^{ij}K_{ij}$，

由(8)式可得系统的哈密顿量为

$$H=\int d^3xdt[\pi^{ij}\dot{h}_{ij}-NH^{\circ}-N_iH^{i}] \tag{9}$$

这里 π^{ij} 是对 h_{ij} 的共轭动量，而

$$H^{\circ}=\frac{h^{\frac{1}{2}}}{16\pi}[K_{ij}K^{ij}-K^2-{}^3R(h)+2\Lambda]$$

$$H^{i}=-2\pi^{ij}{}_{|j} \tag{10}$$

N，N^i 在这里起了拉格朗日乘子的作用。

而 $$H^{\circ}=0,\ \ H^{i}=0 \tag{11}$$

为哈密顿约束与动量约束。

3. Wheeler-Dewitt 方程

在由场构形$\{h_{ij}\}$构成的超空间中引进度规[11]

$$G_{ijkl}=\frac{1}{2}h^{-\frac{1}{2}}[h_{ik}h_{jl}+h_{il}h_{jk}-h_{ij}h_{kl}] \tag{12}$$

将(12)式代入(11)式，并将相应量算符化，则有

$$\left\{-G_{ijkl}\frac{\delta^2}{\delta h_{ij}\delta h_{kl}}+h^{\frac{1}{2}}\left[-{}^3R+2\Lambda+16\pi T_{nn}\left(-i\frac{\delta}{\delta\phi},\ \phi\right)\right]\right\}\psi[h_{ij},\ \phi]=0 \tag{13}$$

$$2\left(\frac{\delta\psi}{\delta h_{ij}}\right)_{,j}=T^{ni} \tag{14}$$

(13)式即为 Wheeler-DeWitt 方程[11]，ψ 称为宇宙波函数，$|\psi|^2$ 表征宇宙在超空间中出现在“点”$(h_{ij},\ \phi)$处的几率。

方程(13)、(14)是无限维超空间中的变分方程，迄今为止，尚无严格求解方法，只有通过限制超空间自由度个数，也就是用微超空间(只有有限个自由度超空间)模型，将量子涨落限制在保持时空某些拓扑及几何特征的自由度上，从而将问题化成求解偏微分方程组。

三、边　界　条　件

原则上讲为了给出(13)的解，还需要边界条件。在量子宇宙中，由于时间是“内禀”时间，因而初始条件包含在边界条件之中。

在量子宇宙学中，也存在某些“自然边界条件”，这些“自然边界条件”是由问题的物理方面考虑得到的。在所考虑的问题中，有个这样的边界条件来源于度规的正定性，即当看成场量时，必然满足$h^{1/2}\geqslant 0$。定义新的场量$h_{ij}\to\tilde{h}_{ij}\equiv h^{ij}/h^{1/2}$，则此边界条件可以写成：

$$\psi[\tilde{h}_{ij},\ h^{1/2},\ \phi]=0,\qquad 对\quad h^{1/2}<0 \tag{15}$$

在路径积分表述中，这个边界条件可以由适当选择积分路径加以实现。

而 Hartle-Hawking 提出的方案为：边界条件就是宇宙没有边界[6,7]。

Vilenkin 提出的方案是：波函数解由隧道效应穿过势垒要选择“出射”波函数[4,5,7]。

这两种有关边界条件的建议得到 Wheeler-DeWitt 方程的两个特解。

关于这两种边界条件所分别对应的波函数的不同之处，在引言中我们已讲过了。

四、Hartle-Hawking 波函数与 Vilenkin 波函数

在本节中，我们在 de Sitter 时空中分别具体计算 Hartle-Hawking 波函数与 Vilenkin 波函数，并用图表示两种波函数之间差异。

我们知道：Friedmann-Robertson-Walker 度规为[12]

$$dS^2=\sigma^2(-dt^2+a^2(t)d\Omega_3^2) \tag{16}$$

其中

$$d\Omega_3^2=d\chi^2+\sin^2\chi d\theta^2+\sin^2\chi\sin^2\theta d\varphi^2 \tag{17}$$

模型的拓扑结构为 $R\otimes S^3$，微超空间是一维的 $a(t)$，则我们有作用量

$$S_g=\frac{1}{2}\int dt\ a\left(1-\dot{a}^2-\frac{1}{3}\Lambda a^2\right) \tag{18}$$

而 W-D 方程为

$$\left[a^{-P}\frac{\partial}{\partial a}a^P\frac{\partial}{\partial a}-U(a)\right]\psi(a)=0 \tag{19}$$

这里参数 P 代表某些量子引力中的算符次序模糊[13]，它对我们的讨论没有大的影响，不妨取 $P=0$，$U(a)=a^2(1-H^2a^2)$，$H^2=\frac{\Lambda}{3}$。

对于经典允许区域 $a\geqslant H^{-1}$，(19)式的 WKB 解为(忽略了前指数)

$$\psi_\pm^{(1)}=\exp\left[\pm i\int_{H^{-1}}^{a}q(a')da'\mp\frac{i\pi}{4}\right] \tag{20}$$

而对于经典禁戒区域 $a<H^{-1}$，(19)式的 WKB 解为(同样忽略了前指数)

$$\psi_\pm^{(2)}=\exp\left[\pm\int_a^{H^{-1}}|q(a')|\,da'\right] \tag{21}$$

这里 $q(a)=[-U(a)]^{1/2}$。

由 Vilenkin 边界条件，我们有隧道波函数[5]

$$\psi_V(a>H^{-1})=\psi_-^{(1)}(a)\approx\exp\left(-\frac{i}{3H^2}(H^2a^2-1)^{\frac{3}{2}}+\frac{i\pi}{4}\right) \tag{22}$$

$$\psi_V(a<H^{-1})=\psi_+^{(2)}(a)-\frac{i}{2}\psi_-^{(2)}(a)\approx\psi_+^{(2)}(a)\approx\exp\left(\frac{1}{3H^2}(1-H^2a^2)^{\frac{3}{2}}\right) \tag{23}$$

下面我们来求 H-H 波函数。

Hartle-Hawking 用欧氏截面来研究宇宙波函数，他们指出，宇宙波函数应为基态，即取如下形式：

$$\psi(h_{ij},\ \phi)=N\int_C d[g_{\mu\nu}]d[\phi]\exp(-I[g_{\mu\nu},\ \phi]) \tag{24}$$

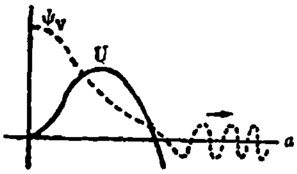

图 2

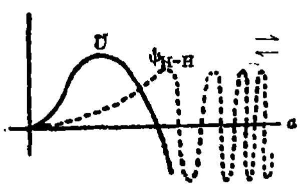

图 3

图2、图3分别表示一维微超空间模型－de Sitter时空中的Vilenkin 波函数和 Hartle-Hawking波函数，势 $U(a)$ 由实线表明，波函数由虚线描述

我们在单圈近似(即认为对路径积分贡献主要来自于临近经典解的路径)下求解(24)。

我们知道模型经典解为 $a(t)=H^{-1}\mathrm{ch}(Ht)$ (25)

当 $H^2a^2<1$ 时，由(25)可求得欧氏作用量为

$$I=\frac{1}{\Lambda}\left(1-\left(1-\frac{\Lambda}{3}a^2\right)^{\frac{3}{2}}\right) \tag{26}$$

从而得宇宙波函数

$$\psi_{H-H}(a)=N\exp\left(\frac{1}{\Lambda}\left(1-\left(1-\frac{\Lambda}{3}a^2\right)^{\frac{3}{2}}\right),\quad a^2H^2<1, \tag{27}$$

当 $H^2a^2>1$ 时，找不到欧氏解，H-H 采用强有力的 K 表象方法得到

$$\psi_{H-H}(a)=N\exp\left(\frac{1}{\Lambda}\right)\cos\left(\frac{1}{\Lambda}\left(\frac{\Lambda a^2}{3}-1\right)^{\frac{3}{2}}-\frac{\pi}{4}\right),\quad a^2H^2>1, \tag{28}$$

这两类波函数图象为[4]图 2，图 3 所示。

五、微超空间模型

自 1983 年 Hartla 和 Hawking 提出他们的量子宇宙模型[6]以来，这方面的研究如雨后春笋。在这些研究中分别求出了各种模型的宇宙波函数(按照量子理论，一个体系的全部性质都由它的波函数所描写，因此，问题的关键是求得宇宙的基态波函数)和探讨了宇宙学的各种重要问题。

由于宇宙波函数求解并非易事，因此只是在一些特殊模型中给出了结果。它们是 de Sitter 模型[4,6]、有质量的标量场模型[14,15]、有 R^2 项的引力理论模型[16]、暴涨标量场模型[17,18]、电磁场模型[18]、旋量场模型[20,21]、各向异性的 Bianchi-Ⅸ[22]、Bianchi-Ⅲ[23]和 Bianchi-Ⅰ[24]模型、具有复 Higgs ϕ^4 场与 $O_{(N)}$对称的 Higgs ϕ^4 场模型[25,26]、双标量相互作用场模型[27]、标量-旋量相互作用的 σ- 场模型[28]、Kaluza-Klein 理论模型[29-37]、Brans-Dicke 理论模型[38]和诱生引力理论模型[39-43]。

已被讨论过的宇宙学中一些较重要的问题是：宇宙各向同性问题[22]、宇宙均匀性问题[44]、宇宙号差问题[6]、宇宙平直性问题[13]、宇宙整体转动问题[40]、宇宙时间箭头问题[45,46]、宇宙中原初黑洞生成问题[47]和宇宙的维数问题[48-50]。文献[51,21]讨论了宇宙在 $a=0$(a 为标度因子)处出现的几率问题和宇宙的最小半径问题，文献[52,53]讨论了宇宙普朗克时期的拓扑结构问题。

六、baby 宇宙与虫洞

近两年来，由于量子宇宙学的广泛研究，引起了对时空拓扑的深入讨论。引力场的真空起伏如同其他各种场的真空起伏一样，其幅度在波长较短时增加，在较小的空间区域里，量子真空变得异常紊乱，在普朗克尺度上，空间的弯曲和拓扑都连续发生激烈的起伏。

考虑四维时空的一个小的空间不连通部分，它本身组成一个闭宇宙，称作 baby 宇宙[54,55]，从数学上可以证明，在闵可夫斯基时空流形上不可能有这样的空间不连通部分。在欧几里德时空流形上是可以存在的，这是由于存在着量子隧道效应结果。

我们所居住的宇宙只是爱因斯坦场方程允许的一个经典解，但是也可能有两个、三个或者更多的这种孤立而彼此不相连接的宇宙解。它们彼此无相互作用，因而一个宇宙的存在对其他宇宙无任何影响。但是“虫洞”产生的量子隧道效应使这些宇宙彼此产生了相互影响。

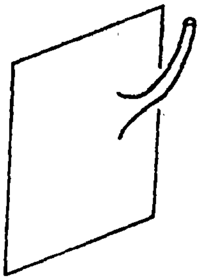

图 4　在欧几里德时空中允许存在有baby宇宙

什么是“虫洞”呢？虫洞是一种时空流形的拓扑涨落，它是具有两渐近欧氏区域的 Riemann 流形，是两个大的，彼此不同的光滑时空区域之间的微观联系。它即可连接两个完全孤立不相连接的大时空流形（见图 5），亦可以连接同一个大时空流形中相距很远的不同区域（见图 6），一个更复杂的、由虫洞连接的大时空流形的构形如图 7 所示，而图

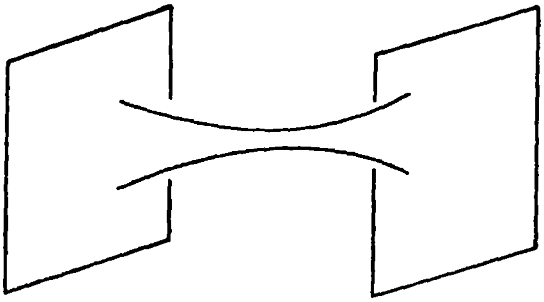

图 5

8 则表示被剥离了虫洞和 baby 宇宙的时空流形。

按虫洞 l (虫洞尺度 l 定义如下[56]：围绕咽喉短程线的长度是$2\pi l$)不同，可有小虫洞与大虫洞之区别[56,57]，当尺度大于 l_p 但小于$\frac{1}{m}$ (m为复标量场粒子的质量)时，我们称这种虫洞为小虫洞，当尺度大于$\frac{1}{m}$时，则这种虫洞称为大虫洞。

Hawking 首先找到了连接两个 baby 宇宙的跳跃解[58,59]，这个解的图形(见图6)与 Wheeler 在 50 年代提出的“虫洞”解[60]非常相像，但两者本质上是完全不同的。Wheeler 的虫洞是受初值限制的三维空间解，一个具体的例子就是 Schwarzschild 桥(亦称 Schwarzschild 咽喉)，那是一个穿过黑洞连接两个渐近区域的切片。而四维虫洞是场方程的欧氏解。对于包含有引力的场论，它的几何组成如图 5 所示。此类虫洞能够连接具有不同拓扑的空间，它们相当于空间的极小量子涨落。从数学上来说，四维渐近平坦的流形 M_4 中存在虫洞的条件是 M_4 的 Ricci 张量在某处具有负的本征值[61]。

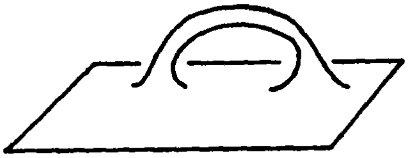

图 6

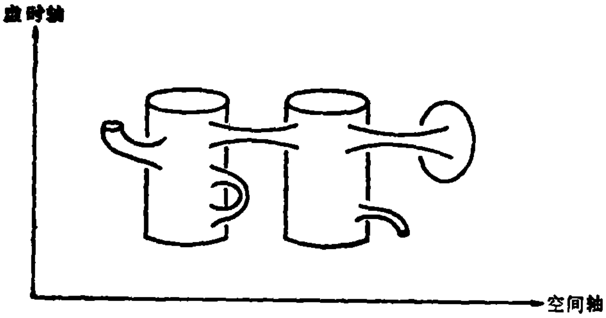

图 7

Hawking 所得到的第一个虫洞解[58,59]是在纯引力情形中，纯引力虫洞的欧氏作用量一般说来是不稳定的。而欧氏作用量是稳定的虫洞解，是由 Giddings-Strominger 首先得到的[62]，他们考虑的是具有轴子—引力相互作用理论。Coleman-Lee[56] 在非破缺的 Abel 内在对称的理论中研究了虫洞解。Lee[63] 讨论了有对称破缺的复标量场的虫洞解。文献[64, 65]讨论了具有电磁场的虫洞模型，文献[66,67]讨论了共形标量场的虫洞模型，文献[68—70]讨论了标量场中具有轴子的虫洞模型，文献[71]讨论了 Skyrme 场的虫洞解，文献[72—75]讨论了 Yang-Mills 规范场中的虫洞解，文献[76, 77]讨论了高维时空中的虫洞模型，文献[78, 79]讨论了费米场的虫洞模型，文献[80]讨论了非爱因斯坦引力理论中的虫洞。

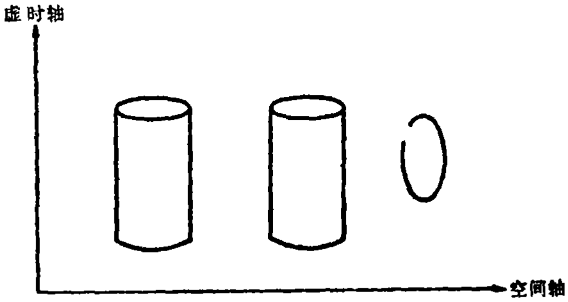

图 8

最近有人认为[81]，那种由咽喉连接的两个时空大区域组成的爱因斯坦场方程欧氏解的虫洞，应称为经典虫洞。这事实上把 Coleman，Lee，Giddings 和 Strominger 等人的虫洞模型均归入为经典虫洞。而认为[81]，像 Hawking[58,59] 指出的，那些是欧氏路径积分中鞍点的瞬子(它们可由半经典近似得到)，这种虫洞称为量子虫洞。一般说来，可以把量子虫洞看作具有确定边界条件(Hawking 建议如下边界条件[82]：4 维几何(甚至退化的 3 维几何)是非奇异的，虫洞波函数是能反映这个事实的量子 Wheeler-De Witt 方程的解。

由于“虫洞”和“baby 宇宙”的作用，真空参数(这里真空参数有点类似于量子色动力学中的 θ 真空)是场算符的本征值。多相互作用宇宙系统可以用 Wheeler-De Witt 超空间量子场论来描述，即所谓“第三次量子化”场论[83]，因为它产生和湮灭单个宇宙的二次量子化态，二次量子化理论中的耦合常数是这个三次量子化场论的动力学场算符的本征值。由于数学上的困难，在这些问题上目前了解的还不多。

令人兴奋的是由于虫洞效应，可以解决宇宙常数为零[55,84-86]和时空四维性问题[49]。

这类论证是否同样适用于其他的物理耦合常数？例如牛顿引力常数[87,88]，这是目前人们关注的未经解决的疑难问题[89]。

当然虫洞理论中还有许多问题尚未弄清楚，诸如，处在发展中的宇宙波函数意义是什么？与微观量子力学中的波函数意义的区别是什么？欧氏路径积分之求解与意义问题等。正如 Coleman 指出的：“引力的欧氏形式还不是一个具有确定基础和具有清楚的处理规则的课题。”

参 考 文 献

[1] Isham, C. J., Penrose, R. and Sciama, D. W., Quantum Gravity, An Oxford Symposium, Clarendon Press, Oxford, (1975).

[2] Isham, C. J., An Introduction to Quantum Gravity, (1975).

[3] Misner, C. W., *Phys. Rev.*, 186 (1969), 1319.

[4] Vilenkin, A., *Phys. Rev.*, **D** 33 (1986), 3560.

[5] Vilenkin, A., *Phys. Rev.*, **D** 37 (1988), 888.

[6] Hartle, J. B. and Hawking, S. W., *Phys. Rev.*, **D** 28 (1983), 2960.

[7] Halliwell, J. J., Preprint NSF-ITP-88-131.

[8] Halliwell, J. J., *Nature*, 340 (1989).

[9] Feynmann, R. P. and Hibbs, A. R., Quantum Mechanics and Path Integrals, McGrow-Hill New York, (1965), (有中译本).

[10] Hawking, S. W., in General Relativity; An Einstein Centenary Survey, ed. by Hawking, S. W. and Israel, W., p. 746, Cambridge University Press, (1979).

[11] De Witt, B. S., *Phys. Rev.*, 160 (1967), 1113.

[12] S. 温伯格，引力论与宇宙论，科学出版社，(1980).

[13] Hawking, S. W. and Page, D. N., *Nucl. Phys.*, **B** 264 (1986), 185.

[14] Hawking, S. W. and Wu, Z. C., *Phys. Lett.*, 151 **B** (1985), 15.

[15] Hawking, S. W., *Nucl. Phys.*, **B** 239 (1986), 257.

[16] Hawking, S. W. and Luttrel, T. C., *Nucl. Phys.*, **B** 247 (1984), 250.

[17] Moss, I. G. and Wright, W. A., *Phys. Rev.*, **D** 29 (1984), 1067.

[18] Carrow, U. and Watamura, S., *Phys.* Rev., **D** 32 (1985), 1296.

[19] Ryan, M. P., in Relativity, Supersymmetry and Cosmology, ed. by Bressan, O., Castagnino, M. and Hamity, V., p. 296, World Scientific, Singapore, (1985).

[20] 沈有根，周之宏，天体物理学报，9 (1989), 25.

[21] Christodoulakis, T. and Zanelli, T., *Phys. Rev.*, **D** 29 (1984), 2738.

[22] Amsterdamski, P., *Phys. Rev.*, **D** 31 (1985), 3073.
[23] Louko, J., *Phys. Rev.*, **D** 35 (1987), 3760.
[24] Berger, B. K. and Vogeli, C. N., *Phys. Rev.*, **D** 32 (1985), 2477.
[25] 沈有根, 自然杂志, 9 (1986), 233.
[26] 沈有根等, 广西物理, 1988, 1, 1.
[27] 沈有根等, 自然杂志, 10 (1987), 613.
[28] 沈有根, 中国科学, A辑, (1989), No. 1, 58.
[29] Wu, Z. C., *Phys. Lett.*, 146 **B** (1984), 307.
[30] Hu, X. M. and Wu, Z. C., *Phys. Lett.*, 149 **B** (1984), 87.
[31] Hu, X. M. and Wu, Z. C., *Phys. Lett.*, 155 **B** (1985), 273.
[32] Hu, X. M. and Wu, Z. C., *Phys. Lett.*, 182 **B** (1986), 305.
[33] Halliwell, J. J., *Nucl. Phys.*, **B** 266 (1986), 228.
[34] Halliwell, J. J., *Nucl. Phys.*, **B** 286 (1987), 729.
[35] Carow, W. U., Inami, T. and Watamura, S., *Class. Quantum Grav.*. 4 (1987), 23.
[36] 沈有根, 科学通报, 32 (1987), 1214.
[37] Shen, Y. G. (沈有根), *Chinese Phys. Lett.*, 6 (1989), 43.
[38] 周之宏, 沈有根, 中国科学院上海天文台年刊, (1989), 103.
[39] Mo, H. J. and Fang, L. Z., *Phys. Lett.*, 201 **B** (1988), 321.
[40] 莫厚俊, 物理学进展, 8 (1988), 99.
[41] 周之宏, 科学通报, 32 (1987), 1081.
[42] Shen, Y. G. and Tan, Z. Q., *Chinese Phys. Lett.*, 6 (1989), 289.
[43] 沈有根等, 天文学报, 31 (1990), 113.
[44] Halliwell, J. J. and Hawking, S. W., *Phys. Rev.*, **D** 31 (1985), 1777.
[45] Hawking, S. W., *Phys. Rev.*, **D** 32 (1985), 2489.
[46] Page, D. N., *Phys. Rev.*, **D** 32 (1985), 2496.
[47] Fang, L. Z. and Li, M., *Phys. Lett.*, 169 **B** (1986), 28.
[48] Wu, Z. C., *Phys. Rev.*, **D** 31 (1985), 3079.
[49] Volovich, I. V., *Phys.* Lett., 219 **B** (1989), 66.
[50] Gasperini, M., *Phys. Lett.*, 224 **B** (1989), 49.
[51] 沈有根, 中国科学, A辑, (1990) No. 4, 409.
[52] 沈有根, 中国科学, A辑, (1991) No. 1, 65.
[53] Li, M., *Phys. Lett.*, 173 **B** (1986), 229.
[54] Coleman, S., *Nucl. Phys.*, **B** 307 (1988), 864.
[55] Giddings, S. B. and Strominger, A., *Nucl. Phys.*, **B** 321 (1989), 481.
[56] Coleman, S. and Lee, K., *Nucl. Phys.*, **B** 329 (1990), 387.
[57] Coleman, S. and Lee, K., *Nucl. Phys.*, **B** 341 (1990), 101.
[58] Hawking, S. W., *Phys. Lett.*, 195 **B** (1987), 337.
[59] Hawking, S. W., *Phys. Rev.*, **D** 37 (1988), 904.
[60] Wheeler, J. A., *Phys. Rev.*, 97 (1955), 511.
[61] Cheeger, J. and Grommorl, D., *Annu, Math.*, 96 (3) (1972), 413.
[62] Giddings, S. B. and Strominger, A., *Nucl. Phys.*, **B** 306 (1988), 890.
[63] Lee, K., *Phys. Rev. Lett.*, 61 (1988), 263.
[64] Keay, B. and Laflamme, R., Univ. of British Columbia Preprint, (1989).
[65] Dowker, F., DAMTP/R-89/3, Preprint, (1989).
[66] Halliwell, J. J. and Laflamme, R., Preprint, NSF-ITP-89-41.
[67] Verbin, Y. and Davidson, A., *Nucl. Phys.*, **B** 339 (1990), 545.
[68] Abott, L. F. and Wise, M. B., *Nucl. Phys.*, **B** 325 (1990), 687.
[69] Midorikawa, S., *Phys. Rev.*, **D** 41 (1990), 2031.
[70] Iwazaki, A., *Phys. Lett.*, **B** 229 (1989), 211.
[71] Iwazaki, A., *Phys. Rev.*, **D** 41 (1990), 3280.
[72] Hosoya, A. and Ogura, W., *Phys. Lett.*, 225 **B** (1989), 17.
[73] Gupta, A. K., Hughes, J., Preskill, J. and Wise, M. B., *Nucl. Phys.*, **B** 333 (1990), 160.
[74] Das, A. and Maharana, J., *Phys. Rev.*, **D** 41 (1990), 699.
[75] Shen, Y. G. and Tan, Z. Q., *Phys. Lett.*, 247 **B** (1990), 13.

[76] Myers, R. C., *Phys. Rev.*, **D** 38 (1988), 1327.
[77] Myers, R. C., Preprint, NSF-ITP-88-116.
[78] Lee. K. and Smirnakis, S. M., Preprint, HUTP-89/A 022.
[79] Lyons, A., *Nucl. Phys.*, **B** 324 (1989), 253.
[80] Accetta, F. S., Chodos, A. and Shao, B., *Nucl. Phys.*, **B** 333 (1990), 221.
[81] Campbell, L. M. and Garay, L. J., *Phys. Lett.*, 254 **B** (1991), 49.
[82] Hawking, S. W., *Mod. Phys. Lett.* **A** 5 (1990), 453.
[83] Giddings, S. B. and Strominger, A., *Nucl. Phys.*, **B** 321 (1989), 481.
[84] Coleman, S., Preprint, HUTP-88/A022.
[85] Klebanov, I., Susskind, L. and Banks, T., *Nucl. Phys.*, **B** 317 (1989), 665.
[86] Hawking, S. W., *Nucl. Phys.*, **B** 335 (1990), 155.
[87] Grinstein, B., *Nucl. Phys.*, **B** 321 (1989), 439.
[88] 高怡泓，高洪波，高能物理与核物理，13 (1989)，1071.
[89] Strominger, A., Lectures Presented at the TASI Summer School, Brown University, June, 1988.

（责任编辑　林一梅）

Quantum Cosmology, Baby Universe and Wormhole

Shen Yougen

(Shanghai Observatory, Academia Sinica)

Abstract

In this paper, we describe the methods of the Euclidean path integral (by Hartle-Hawking) and of the Vilenkin tunneling wave function; and their corresponding boundary conditions in the quantum cosmology. For the above two kinds of the wave function calculations are made in the de Sitter spacetime. The different kinds of the minisuperspace models are introduced, and the baby universe and the wormhole are introduced too.