第10卷 第3期
1992年9月

天 文 学 进 展
PROGRESS IN ASTRONOMY

Vol. 10, No.3
Sep., 1992

研究简讯

Kaluza-Klein 理论中拓扑为 $R^1 \otimes S^3 \otimes T^d$ 的虫洞*

沈 有 根
(中国科学院上海天文台)
(中国科学院理论物理研究所)

近两、三年来，由于量子宇宙学的广泛研究，引起了对时空拓扑的深入讨论。虫洞就是在这种讨论中出现的新概念之一，所谓虫洞是一种时空流形的拓扑涨落，它是具有两渐近欧氏区域的 Riemann 流形[1]。虫洞研究是国际上近几年在极早期宇宙学研究中前沿课题之一，仅在 *Nucl. Phys.*, *Phys. Rev. Phys. Lett*. 等国际上最著名、最权威杂志上就发表了近百篇有关文章[1]。

我们曾给出了 Kaluza-Klein 理论中虫洞[2]，Einstein-Yang-Mills 理论中耦合轴子场的虫洞[3]，在有限温度下的具有复标量场的虫洞[4,5]，具有费米场的虫洞[6]和轴子场的虫洞[7]。

在本文中，我们在 Kaluza-Klein 理论中讨论了拓扑为 $R^1 \otimes S^3 \otimes T^d$(其中 T^d 为 d-torus) 型一类虫洞模型，求得了相应的精确解。我们发现此类虫洞属于 Giddings-Strominger 型虫洞[8]。

对应时空拓扑结构为

$$R^1 \otimes S^3 \otimes T^d \tag{1}$$

的度规为

$$ds^2 = d\tau^2 + a^2(\tau) d\Omega_3^2 + b^2(\tau) g_{\mu\nu}(y) dy^\mu dy^\nu \tag{2}$$

$d\Omega_3^2$ 为 3 维球度规，$g_{\mu\nu}(y)$为 d 维紧致环空间度规，由文[9,10]知，附加维的紧致性并不要求时空必须具有正或负的曲率，考虑到环空间上覆盖不重叠，可以取曲率常数K_d(环空间曲率常数)为零。$a(\tau)$，$b(\tau)$ 是标度因子。

欧氏作用量取为

$$S_E = \frac{1}{16\pi G}\int_M d^D x R\sqrt{g} + \text{表面项} - \int_M d^D x \sqrt{g} \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \tag{3}$$

其中R为曲率标量，ϕ为D维($D = 1 + 3 + d$)标量场，且 $\phi = \phi(\tau)$。

由标量场运动方程给出[11]

$$\dot{\phi} = \frac{im}{a^3 b^d}, \quad m\text{为积分常数。} \tag{4}$$

而 Einstein 场方程为

$$-\frac{3\ddot{a}}{a} - \frac{d\ddot{b}}{b} = -8\pi G \cdot \frac{m^2}{a^6 b^{2d}} \tag{5}$$

$$-\frac{\ddot{a}}{a} + 2\left(\frac{1}{a^2} - \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right) - d\,\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} = 0 \tag{6}$$

$$-\frac{\ddot{b}}{b} - (d-1)\frac{\dot{b}^2}{b^2} - 3\,\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} = 0 \tag{7}$$

1992年1月17日收到.
* 国家自然科学基金资助项目.

令 $b=C_0^{2}$，C_0 为常数，

则我们有

$$\dot{a}^2 = 1 - \frac{L^4}{a^4} \tag{8}$$

其中

$$L^4 = \frac{4\pi G m^2}{3C_0^{4d}} \tag{9}$$

参数 L 是 D 维时空背景中虫洞半径。

（8）式是典型虫洞方程，其解为

$$\frac{\tau}{L} = \frac{1}{\sqrt{2}} F\left[\arccos\left(\frac{L}{a}\right), \frac{1}{\sqrt{2}}\right] - \sqrt{2}\, E\left[\arccos\left(\frac{L}{a}\right), \frac{1}{\sqrt{2}}\right] + \frac{1}{La}\sqrt{a^4 - L^4} \tag{10}$$

其中 F 和 E 分别是第一类和第二类椭圆积分。

由文献[8]知（10）式是属于 Giddings-Stroming 型虫洞。

考 考 文 献

[1] 沈有根，天文学进展，9 (1991)，182.
[2] Shen, Y. G. (沈有根) et al., *Phys. Rev.*, D 44 (1991), 1330.
[3] Shen, Y. G. et al., *Phys. Lett.*, B247 (1990), 13.
[4] Shen, Y. G. et al., *Nuov Cimento B*, to be published.
[5] 沈有根等，中国科学，(1992)，No.2, 188.
[6] 沈有根等，天文学报，33 (1992)，148.
[7] Shen, Y. G. et al., *Nuov Cimento B*, to be published.
[8] Giddings, S. B. and Strominger, A., *Nucl. Phys.*, B306 (1988), 890.
[9] Wolf, J. A., Space of Constant Curvature, McCrow Hill, (1967).
[10] Fang, L. Z. and Sato, H., *Gen. Rel. Crav.*, 17 (1985), 1117.
[11] Myers, R. C., NSF-ITP-88-166, Preprirt.

Wormholes of Topolog of $R^1\otimes S^3\otimes T^d$ in the Kaluza-Klein Theory

Shen Yougen

(Shanghai Observatory, Academia Sinica)

(Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica)

Abstract

We discuss wormholes of topology of $R^1\otimes S^3\otimes T^d$ in Kaluza-Klein theory, and deduce the corresponding wormhole equation. By solving this equation, we give an analytic solution of the equation.