

# 现代天文选址中的视宁度 (II)

仇朴章 刘忠

(中国科学院云南天文台 昆明 650011)

## 摘要

在文献 [1] 的基础上, 根据近年天文选址实践中提出的问题, 先进一步讨论了大气相干直径和时间的定义和物理意义, 然后强调了自由大气湍流的天文成像效应及选址中进行研究和测量的重要性。最后对差分像运动方法测量视宁度的定标和系统误差等问题作了分析。

关键词 选址 — 大气效应

## 1 引言

文献 [1] 发表以来, 我国恒星、太阳观测站的选址工作逐渐深入。用于白昼太阳选址的太阳边缘差分像运动视宁度测量仪 (SLDIMM, 将另文发表) 和夜间恒星选址的双孔、三孔差分像运动视宁度测量仪 (DIMM) 相继研制并进行了实验观测, 其中三孔 DIMM 已在云南丽江正式投入观测。工作的深入遇到一些具体却又不失重要性的问题, 有必要更深入讨论, 并作为文献 [1] 的续篇。

## 2 视宁度定义的进一步理解

一些问题很大程度上涉及到对定义的理解, 在此继续阐明。  
通过湍流大气后到达望远镜入瞳上的波前

$$\psi(\mathbf{x}, t) = A(\mathbf{x}, t)e^{j\phi(\mathbf{x}, t)} \quad (1)$$

的振幅  $A(\mathbf{x}, t)$  和位相  $\phi(\mathbf{x}, t)$  都是空间 — 时间  $(\mathbf{x}, t)$  的随机过程<sup>[1]</sup>。当望远镜口径  $D \gg r_0$  时, 湍流引起的像质衰减主要源于位相起伏, 故在研究中常忽略振幅起伏, 这就是所谓的近场近似<sup>[2,3]</sup>。随机光场和介质成像理论中的一个最重要的概念是波前的统计相关函数

$$B(\boldsymbol{\rho}, \tau; \mathbf{x}, t) = \langle \psi(\mathbf{x}, t)\psi^*(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho}, t + \tau) \rangle, \quad (2)$$

式中  $\boldsymbol{\rho}$  为位置增量,  $\tau$  为时间增量, 星号表复共轭, 尖括号表统计平均运算。一般意义上讲,

波前相关函数不仅是空间—时间增量  $(\rho, \tau)$  的函数, 而且也是位置—时间  $(\mathbf{x}, t)$  的函数。有意义的理论总要一些合理的假设才能演绎, 首先假设在湍流的惯性子区内的不大的观测范围内, 波前是空—时二阶平稳的随机过程并有圆对称的相关函数, 此即 Kolmogorov 湍流局域统计各向同性假设。再进一步假设在不太长的时间内, 波前的随机结构不变, 仅在湍流层风速  $v$  驱动下越过孔径, 此即 Taylor 湍流冻结假设<sup>[2-5]</sup>。第一个假设使 (2) 式变为

$$B(\rho, \tau) = \langle \psi(\mathbf{x}, t) \psi^*(\mathbf{x} + \rho, t + \tau) \rangle \quad (3)$$

即相关函数与  $(\mathbf{x}, t)$  无关, 仅为  $\rho = |\rho|$  与  $\tau$  的函数; 第二个假设使波前满足

$$\psi(\mathbf{x}, t + \tau) = \psi(\mathbf{x} - v\tau, t). \quad (4)$$

对于给定的时刻 ( $\tau = 0$ ), 考虑波前的空间相关函数

$$B(\rho) = \langle \psi(\mathbf{x}) \psi^*(\mathbf{x} + \rho) \rangle, \quad (5)$$

一般的随机过程的相关函数总有一个值不为零的区间, 故定义相关函数的等值宽度为相干长度或相干直径 (统计各向同性时)。等值宽度可有不同的定义方法, 其间无本质差别, 常用的是 Fried 的定义<sup>[6]</sup>。

类似地, 对于一给定点 ( $\rho = 0$ ), 可由时间相关函数

$$B(\tau) = \langle \psi(\mathbf{x}, t) \psi^*(\mathbf{x}, t + \tau) \rangle \quad (6)$$

的等值宽度来定义波前相干时间。

当湍流满足前述假设时, 位相结构函数为<sup>[2,3,7]</sup>

$$D_\phi(\rho) = \langle |\phi(\mathbf{x}) - \phi(\mathbf{x} + \rho)|^2 \rangle = 6.88 \left( \frac{\rho}{r_0} \right)^{\frac{5}{3}}, \quad (7)$$

取  $\rho = r_0$  时, 波前上相距  $r_0$  的两点间的 rms 位相起伏为

$$\sigma_\phi(r_0) = [D_\phi(r_0)]^{\frac{1}{2}} = 2.62 \approx \pi, \quad (8)$$

对应的光程起伏为

$$\sigma_s(r_0) = \frac{1}{k} \sigma_\phi(r_0) = \frac{\lambda}{2\pi} \sigma_\phi(r_0) = \frac{\lambda}{2.4}, \quad (9)$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$  为波数。此外, 由 Taylor 假设有

$$\rho = v\tau \quad (10)$$

代入 (7) 式得

$$D_\phi(\rho) = D_\phi(v\tau) = 6.88 \left( \frac{v\tau}{r_0} \right)^{\frac{5}{3}}, \quad (11)$$

定义相干时间或波前演化时间

$$\tau_c \triangleq \frac{r_0}{v} \quad (12)$$

则  $\sigma_\phi(r_0) = \sigma_\phi(v\tau_c) = 2.62 \approx \pi$ . (13)

因此, 波前上相距  $r_0$  的两点间的 rms 位相起伏为  $\pi$ ; 波前上任一点处在相干时间内的 rms 位相起伏为  $\pi$ 。这就是相干直径和相干时间的物理意义。

### 3 不同高度湍流层的效应和应重视的问题

湍流起因于地面风流和粗糙表面之间的强剪切; 白昼地面加热引起的对流或夜间冷却引起的气流沉降; 自由大气中不同风速层间的风剪切三个方面, 并以此划分为地面层、边界层和自由大气层。

#### 3.1 自由大气层

文献 [1] 中已指出自由大气湍流和边界层湍流对视宁度的贡献比重相当。这里要强调的是, 除了对视宁度效应之外, 天文成像中的许多重要的光学扰动主要来自自由大气层, 如斑点寿命, 波前演化时间, 等晕区以及闪烁等, 这些都是现代天文选址必须测定的参量。如波前演化时间  $\tau_c = \frac{r_0}{v}$  中的平均风速 [8]

$$v = \left[ \frac{\int_0^{\infty} v^{\frac{5}{3}}(h) C_N^2(h) dh}{\int_0^{\infty} C_N^2(h) dh} \right]^{\frac{3}{5}}, \quad (14)$$

斑点和自适应光学成像中等晕角  $\theta = \frac{r_0}{\bar{h}}$  里的湍流层平均高度 [9-10]

$$\bar{h} = \left[ \frac{\int_0^{\infty} h^{\frac{5}{3}} C_N^2(h) dh}{\int_0^{\infty} C_N^2(h) dh} \right]^{\frac{3}{5}} \quad (15)$$

和表示振幅起伏的闪烁指数 [2]

$$\sigma_I^2 = 19.2 \lambda^{-\frac{7}{5}} (\cos z)^{-\frac{11}{5}} \int_0^{\infty} h^{\frac{5}{3}} C_N^2(h) dh \quad (16)$$

等公式中的积分按高度或高度函数的幂加权, 均突出了自由大气湍流, 特别是对流层顶的风剪切对这些参量的作用, 表明了调查和测量自由大气湍流的必要性和重要性。在选址中必须首先弄清自由大气中各种风速层的空间、时间分布和长年形势, 主导性的天气系统和视宁度等参数的关系。LEST 在加那利群岛台址的优良视宁度, 得益于其上空的“亚速”高压系统, 它的亚热带层流把均匀的海洋性气团带来, 形成了最小的湍流 [11]。美国在太平洋沿岸和 Mauna Kea, Hi 等处光学干涉阵选址中发现, 经常出现 30—40cm 的  $r_0$  和大的等晕角是与太平洋高压系统相关, 这个高压系统把夏季的北极急流 (polar jet) 偏转到北部加拿大上空, 使这些地方对流层顶的风剪切很小 [12]。

顺便指出, 在初期的大范围台址普查中, 根据 (16) 式, 用肉眼观察恒星的闪烁来判断自由大气湍流强度是简单可行的方法。经常看到天顶附近恒星闪烁的地方不是好的候选点, 而常常看不出闪烁的地方是有希望的。

#### 3.2 边界层

在有良好的自由大气层的地区选择观测点时, 除了仔细考察地形、地貌的空气动力学特性之外, 还应与选址的目的相结合。如果不是为光学干涉阵而是为单孔径大望远镜选址, 就一定要避开平坦地区, 那怕是山间平地。平坦地形地表风剪切和对流形成的不稳定层 (Obkuhov

层)发育,即使夜间也有 10m 以上的厚度,此外夜间冷却引起从山顶沿斜坡的沉降气流很有害。Walters 等人<sup>[12]</sup>指出,这种沉降气流可将  $r_0$  从 10—30cm 下降到 3—6cm,是一种灾难性效应。他们的实践得出了一个明确结论:“相对大的( $\sim 100\text{m}$ )平坦地形是与形成最佳台址的大气动力学不相容的”。

## 4 DIMM 观测中的几个问题

### 4.1 仪器高度

Coulman<sup>[4]</sup>指出,在表面层中  $C_T^2 \propto h^{-\frac{3}{2}}$ ,在自由对流层中  $C_T^2 \propto h^{-\frac{5}{3}}$ 。Walters 等人<sup>[12]</sup>认为  $h^{-\frac{5}{3}}$  律可能对光滑的山地仍然正确,而在山区表面层之上则观测到  $h^{-2}$  律和在小山上的  $h^{-2.2}$  律。因此对于山地台址,夜间可取  $C_T^2 \propto h^{-2}$ ,说明表面层湍流强度随高度迅速下降。任何大望远镜的入瞳高度不会低于 10m,所以 DIMM 的安放高度应在 10m 以上。

### 4.2 子孔径大小、数量和像运动样本采集与 DIMM 的定标

首先应明确,无论双孔或三孔 DIMM 都是哈特曼波前探测器。和自适应光学一样,子孔径尺寸  $D$  和样本积分时间  $t$  应分别满足

$$D \leq r_0 \quad (17)$$

和

$$t \leq \tau_c, \quad (18)$$

否则,空间和时间的平均效应均会导致探测精度下降。由于  $r_0$  和  $\tau_c$  是在不断变化的,考虑到测量精度及有效的测量范围,一般取  $D \approx 5\text{cm}$  和  $t \approx 0.01$  较合适。显然,如此小的  $D$  和  $t$  使探测能力受到限制,故常使用带增强的 CCD 之类探测器<sup>[13]</sup>。至于子孔径数量则应以选址视宁度测量的用途来考虑。应清楚地意识到相干直径本身也是一个随机过程  $r_0(t)$ ,以很高的精度测定某个时刻的  $r_0$  不是主要目的。视宁度测量的主要目的是客观地得到  $r_0(t)$  的变化规律,良好的  $r_0$  出现的频率。客观性是指所测的结果确为大气光学本征参量并能统一定标,从而在不同的时间和地点之间有可比较性。从这种意义上说,双孔 DIMM 就够了,即使 ESO VLT 选址也用了两个子孔径,重要的是定标和系统误差问题。

原理上, DIMM 属于绝对测定,似乎不存在定标问题,但仔细考虑后会发现至少存在着系统误差问题,它来自两个方面。首先是系统参数,如子孔径尺寸、间距,系统焦距和像面比例等均应准确测定,其中特别要注意的是像面比例必须实际测定,否则会带来很大的系统误差。其次是像运动采样间隔,样本容量,样本积分时间,采样持续时间等。应明确一点, DIMM 直接测量的是运动方差,由此来间接计算  $r_0$ ,这就隐含着在采样时段内  $r_0$  保持不变的假设,实际得到的是采样时段内  $r_0$  的平均值。从选址目的来讲,  $r_0$  的测定不必很密集,一般 2—3min 给出一个  $r_0$  就足够了,设采样时段给定为  $T$ ,像运动样本容量为  $N$ ,则均匀采样的间隔为  $\Delta T = T/N$ ,一般取  $N \geq 200$  时已属大样本统计,继续增大  $N$  对方差的贡献已很小,而影响方差大小的主要贡献来自样本积分时间  $t$ ,如前所述,它应满足条件(18)。当  $t = k\tau_c (k > 1)$  时,一个样本实际上是积分时间为  $\tau_c$  的  $k$  个样本的平均,测到的像运动方差为

$$\sigma_t^2 = \frac{\sigma_{\tau_c}^2}{k}, \quad (19)$$

$\sigma_{\tau_c}^2$  是  $t = \tau_c$  时像运动子样方差<sup>[14]</sup>

$$\sigma_{\tau_c}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N}, \quad (20)$$

即测到的方差被缩小了  $k$  倍。由像运动方差与  $r_0$  关系公式<sup>[2]</sup>

$$\sigma_m^2 = 0.36 \left( \frac{\lambda}{D} \right)^{\frac{5}{3}} \left( \frac{\lambda}{r_0} \right)^{\frac{5}{3}} \quad (21)$$

( $\lambda$  为观测波长) 可知, 得到的  $r_0$  被放大  $k^{\frac{3}{5}}$  倍。例如对中等良好的视宁度  $r_0=10\text{cm}$ , 平均风速  $v = 10\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  时,  $\tau_c = 0.01$ , 如积分时间  $t = 0.04$  (相当于视频 CCD 的积分时间), 则  $k = 4$ ,  $r_0' = 2.3r_0$ , 这是绝对不能容许的系统误差, 它把较差的视宁度夸大为良好的视宁度。

焦平面上的像运动是二维随机走动, 是正态 (维纳 — 勒维) 过程<sup>[15]</sup>, 用正态过程模拟计算得到了完全一致的结果, 证明了上述分析。

### 4.3 频率覆盖或截止频率

视宁度测量方案论证中曾提出了频率覆盖和截止频率问题, 但其含义未得到明确。如果指的是湍流的 Kolmogorov 谱, 则应是空间频率  $\kappa = 2\pi l$ ,  $l$  是湍流元的特征尺寸 (长度量纲); 如指的是  $r_0(t)$  的时间频率, 那么现实中  $r_0(t)$  的剧烈起伏意味着含有很高的频率成分, 其截止频率与  $\frac{1}{\tau_c}$  相当。差分像运动方法得到的是采样时段内  $r_0$  的平均值, 而选址更感兴趣的是  $\tau_c$ , 它由  $r_0$  和  $v$  决定。

### 4.4 三孔 DIMM 不同孔对测定的 $r_0$ 的差异

这种差别是自然的, 其中有测量误差 (包括探测器两个正交方向比例不同), 还有湍流各向同性假设所致的差别, 如第 2 节中所述, 严格地讲, 相干函数并非圆对称的, 从而相干长度与方向有关。因此, 在严格控制系统误差的条件下, 不同孔对测到的  $r_0$  取平均是唯一可行的做法。

## 参 考 文 献

- [1] 仇朴章, 刘 忠. 天文学进展, 1993, 1: 55
- [2] Roddier F. In: Wolf E ed. Progress in optics. Vol.XI X. New York: North-Holland, 1981. 295
- [3] Goodman J W. Statistical optics. New York: J. Wiley and Sons, 1985. 389
- [4] Coulman C E. Annu. Rev. Astron. Astrophys., 1985, 23: 27
- [5] Roddier C, Roddier F. J. Opt. Soc. Am., 1975, 6: 665
- [6] Fried D L. J. Opt. Soc. Am., 1966, 56: 1372
- [7] Fried D L. J. Opt. Soc. Am., 1965, 55: 1427
- [8] Beckers J M. Annu. Rev. Astron. Astrophys., 1993, 31: 26
- [9] Fried D L. Optica Acta, 1979, 5: 608
- [10] Fried D L. J. Opt. Soc. Am., 1982, 1: 56
- [11] Brandt P N, Righini A. LEST Technical Report No. 11, 1985: 52
- [12] Walters D L et al. SPIE, 1990, 1237: 5
- [13] Sarazin M, Roddier F. Astron. Astrophys., 1990, 227: 298
- [14] 王梓坤. 概率论基础及其应用. 北京: 科学出版社, 1979. 217

- [15] Papoulis A. Probability, random variables, and stochastic processes, 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1985. 213

(责任编辑 刘金铭)

## Seeing in Modern Astronomical Site Testing (II)

Qiu Puzhang Liu Zhong

(Yunnan Astronomical Observatory, The Chinese Academy of Sciences, Kunming 650011)

### Abstract

Based on Paper [1] and with the problems arising from the practice of the site testing in recent years, the definition and the physical meaning of the atmospheric coherence diameter and time are further discussed in this paper. Then, the effect of the free atmospheric turbulence on the astronomical imaging and the importance of its investigation and determination are emphasized. Finally, the questions on calibration and systematic error et cetera in the seeing measurements by using the method of the differential image motion are analysed.

**Key words** site testing—atmospheric effects