

星系团次结构的统计研究

邵正义 赵君亮

(中国科学院上海天文台 上海 200030)

摘要

对星系团次结构研究中所应用的各种统计学方法进行了全面的评述。内容包括：次结构存在可能性的统计探测、团结构分析以及次团的运动学参数拟合和成员的统计确定。

关键词 星系团：次结构 — 统计探测 — 成员确定

分类号：157.8

1 引言

次结构(次团)是指星系团内星系或气体在分布上存在的两个或两个以上较小尺度的团块状分布(clumps)^[1]，其表现特征为团星系、团内气体在天球投影面或视向速度分布上呈多峰状结构。

一般认为，次结构的存在是星系团尚未达到动力学充分弛豫的标志。它提供了关于团当前状态的信息，也提供了团形成期的某些限制条件^[2]。同时，次团对整个宇宙的演化也给出了多种限制。比如，次结构在星系团中出现的频数本身就是对宇宙密度 Ω 的一个制约^[2-4]。另一方面，由于次结构的存在，也使星系团的研究更加丰富，它影响到团内星系的演化、团的形状、半径、形成的初条件以及团的动力学质量等各方面的研究^[5]。

次团的上述特性引起了人们极大的兴趣，加之近年来团天区星系视向速度资料的急剧增加和大量星系团X射线观测资料的获得使对团次结构进行系统、深入研究成为可能。从80年代后期至今，这方面的工作已逐步成为星系团和宇宙学研究的一个热点，无论是在研究方法还是研究内容方面都有很大的发展。

2 星系团次结构的统计探测

对于大部分星系团来说，如果观测资料(尤其是视向速度资料)不够充分，团内次结构的存在并不是很直观的。为此，人们提出了各种统计测试的方法来探测次结构存在的可能性。

2.1 一维统计测试

这里的一维是指团天区星系的视向速度空间。其基本假设是一个充分弛豫的星系团内星系的空间运动速度服从 Maxwell 分布, 故在视向速度方向上应表现为近似于一维 Gauss 分布的形状^[6]。所谓的一维测试即是检测实际团星系的视向速度分布与 Gauss 分布之间是否存在显著的偏差。

一维测试的方法不下 20 余种, 但总的来说不外乎对两个量进行分析, 即视向速度分布的峰度 (kurtosis) 和偏度 (skewness)。偏度是指分布的不对称性; 峰度是指分布尾端 (tail) 的长度和所占比重 (heaviness) 与 Gauss 分布的差异。典型的用于表征偏度和峰度的量分别是观测分布的三阶矩和四阶矩。也有不少能同时反映出分布的峰度和偏度的统计量, 如 I 统计、 B_1B_2 统计等^[1]。

单纯地利用视向速度来检测团内次结构并不十分理想。Pinkney 的数值模拟结果表明, 只有当已知红移的星系数超过 100, 而且两个次团间的平均视向速度相差 $2000 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上时, 才有可能用一维测试的方法得到明确的结论^[1]。但是, 星系团本身典型的视向速度弥散度仅为 $1000 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ 的量级, 因此我们有理由怀疑存在 $2000 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上的视向速度差异的两群天体是否真正构成了束缚系统, 抑或它们本身就是一前一后两个星系团。

2.2 二维统计测试

二维指的是天体在天球投影面上的二维位置空间。二维测试也有一个基本假设, 即构成单一团结构的星系分布是球对称的, 且面数密度随团中心距离增加而平稳地下降。经典的二维测试有以下四种:

(1) AST 方法 (angular separation test)

该方法是 West 等人在分析他们的数值模拟结果时提出的^[7], 它的基本思想是: 有次结构的分布与泊松分布相比, 表现出星系间角间距 (θ , 指两个星系对于团中心的张角) 较小者偏多。AST 方法一个明显的缺陷就是它从原本是二维的数据中只提取了一维角间距的信息。

(2) β 测试 (symmetry test)

West 等人^[7]引入 β 测试方法的目的是为了考察团面分布的对称性。对于团天区内的任一星系, 比如第 i 星系, 我们可以找到它相对于团中心的中心对称点 O_i 。然后比较这两个位置处的面数密度, 两者间的差异越大, 次结构存在的可能性也越大。

(3) FE 测试 (Fourier elongation test)

很多研究表明 (包括 X 射线观测)^[8-9], 在大多数情况下, 面分布上呈椭圆形的结构是存在次结构的一种标志。Pinkney 等人提出的 FE 方法就是基于这一基本观测事实提出来的^[1]。但是, 椭圆形分布可能是除了次结构之外, 由团的形成或演化等其它效应引起, 所以 FE 方法最好能与别的统计方法一起使用。

(4) 二维 Lee 统计方法 (以下简称 Lee2)

该统计方法是用来统计双峰结构的^[10], 提出以后曾有很广泛的应用, 它在 1987 年被成功地用于 Coma 团的次结构研究^[11]。其基本思路是将团天区内的 N 个星系投影到方位角为 ϕ 的直线上, 可以想见, 当被投影直线恰好与双峰的中心连线方向 ϕ_1 一致时, 直线上的星系分布会显著地区别于 $\phi \neq \phi_1$ 的情况。同时, Lee2 还能给出有关两个次结构的大小之比。Lee2 对双峰结构是很敏感的, 但是对于椭圆形的分布、或是两个次团的大小之比过于悬殊、以及团天区内有多个次团的情况则无能为力。

2.3 三维测试

同时考虑了投影位置和视向速度资料的统计测试称为三维测试。目前所有的三维测试都用到了一个基本假设：星系的位置与视向速度分布之间没有相关性，即在星系团的不同位置，团星系的视向速度平均值和弥散度保持不变。

(1) 三维 Lee 统计方法 (以下简称 Lee3)

Fitchett 和 Webster^[11] 将 Lee3 统计方法应用于星系团的次结构研究，即在 Lee2 的基础上增加了视向速度资料，将投影直线放在三维空间里，这样，该投影直线除了在投影面上的方位角 ϕ 之外，还取决于它与视向的夹角 θ 。

总的来说 Lee3 比 Lee2 对次结构的存在的判定更加敏感一点^[1]，但不如其它的三维统计测试。而且与 Lee2 有同样的缺陷。

(2) Δ 测试 (也称 DS 方法)

Dressler 和 Shechman^[12] (以下简称 DS) 提出的 Δ 方法具有一定的直观性。对于第 i 星系，DS 定义了一个参量 δ_i ：

$$\delta_i^2 = \left(\frac{N_{nn} + 1}{\sigma_{\text{global}}^2} \right) \cdot \left[(\bar{v}_{\text{local}} - \bar{v}_{\text{global}})^2 + (\sigma_{\text{local}} - \sigma_{\text{global}})^2 \right] \quad (1)$$

其中 \bar{v} 和 σ 分别为视向速度的平均值和弥散度，下标 global 代表团天区内所有 N 个星系，local 表示第 i 星系和离它投影距离最近的 N_{nn} 个星系。通常 N_{nn} 的取值为 10 或 $N^{1/2}$ ^[1,13,14]。令

$$\Delta = \sum_{i=1}^N \delta_i \quad (2)$$

当样本中不含次结构时， $\Delta \sim N$ ，否则 Δ 将显著大于 N 。

从式 (1) 中我们不难看出， Δ 方法虽然用到了三维观测资料，但着重考虑的还是次结构在视向速度空间中的表现。以后我们还会看到， Δ 方法的这一特性将在三维小波分析中得到充分利用。

总的来说 Δ 方法是相当有效的，但该方法对以下两种情形来说是不利的：一是两个次团在视向方向前后重迭；另一种是两个次团具有相近的视向速度平均值和弥散度。

(3) 其它三维统计测试方法

现有的三维测试方法还包括 Bird^[13] 提出的 ϵ 测试方法与 West 和 Bothum^[15] 提出的 α 测试方法。它们分别利用了第 i 星系的“邻域星系群”即 NNG (nearest neighbor group) 的投影质量^[28] 和加权质心的计算。 ϵ 参数和 α 参数均可用 Monte-Carlo 方法进行定标。

尽管上述各种统计方法各有所长，分别可用于检测次结构的不同表现，但它们有两个共同的缺陷：首先，这些方法都缺少直观性，它们仅给出唯一的指标来表征团天区内有无次结构存在，而并没有给出次团的其他信息 (Lee 方法除外)；其次，这些方法都不能同时对不同层次 (尺度) 上的次结构进行分析。要解决这两个问题，就必须对团进行有效的结构分析。

3 团结构分析

3.1 面数密度轮廓

这也许是团结构分析中最直观的了，它包括两个过程：数据平滑和密度分析。

(1) 数据平滑

团天内星系的分布是离散的，因此要得到面数密度轮廓，首先就是要将星系分布进行平滑。Geller 和 Beers^[17] 首次讨论这个问题时所用的方法比较简单，他们将团天区用网格进行划分，然后以每个格点为中心，计算边长为 a (固定的平滑尺度) 的正方形内星系的平均面数密度，作为该点的面数密度值。根据不同团天区的情况， a 可以取不同的值，比如：0.12、0.24、0.48 和 0.72 Mpch_{100}^{-1} 等。

邵正义^[18] 在分析 Virgo 的次结构时所用的另一种平滑方法实际上是借鉴了数值模拟中的 SPH(smoothed particle hydrodynamics) 方法^[19,20]：首先将星系看成是二维分布中的 δ -函数，然后用一种归一化的分布函数 (Gauss 型的分布函数也许是目前最理想的选择) 将 δ -函数展开，于是，对于投影空间中的每一个位置 \mathbf{r} 都将有一个面数密度值 $\mu(\mathbf{r})$ ；图 1(a) 中 Virgo 团天区的面数密度：

$$\mu(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2\pi a^2} \cdot \exp\left[-\frac{|\mathbf{r}(i) - \mathbf{r}|^2}{2a^2}\right] \tag{3}$$

式中的 a 为对应于某个团固定的平滑尺度，其取值有一定的人为随意性。

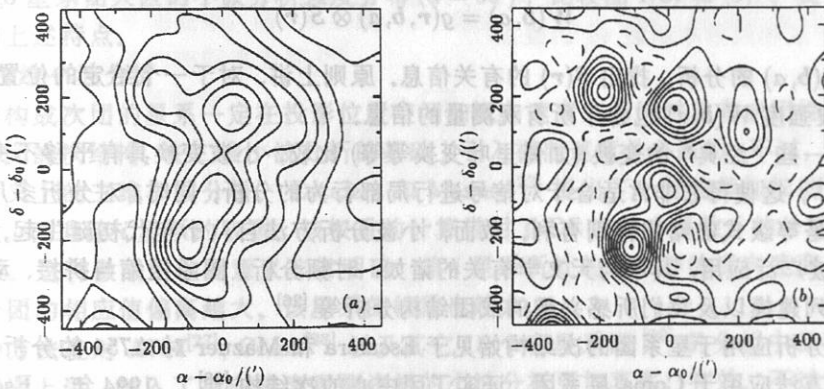


图 1 Virgo 星系团天区的面数密度轮廓 (a) 与小波变换 ($a = 60'$) 强度分布 (b)^[18]

要选取一个恰当的平滑尺度 a 是非常困难的。因为经过平滑，尺度比 a 小的结构将被抹掉，这样，对团中心区域 (高密度区) 来说，平滑尺度不能太大；另一方面，小的平滑尺度不能对星系团的外围 (低密度区) 作充分的平滑，因而很容易将随机涨落或“背景噪声”误认为次结构。Silverman^[14] 建议采用自适应的平滑尺度 (adaptive smoothing kernel, 简称 ASK) 来解决这个问题：先用一个固定的 a 对整个团天区进行平滑，得到一个初始 (引导) 面数密度分布，然后根据团天内不同位置处初始面数密度值的大小选取不同的平滑尺度，再一次对原始数据进行平滑。与 Geller 和 Beers^[17] 最原初的方法进行比较，ASK 方法成功地从一些椭圆形的结构中分离出明显的双团甚至多团结构，同时也较有效地抑制了随机涨落和“背景噪声”^[21]。另外一个很巧妙的方法是直接计算“邻域” (或称“局域”，local, 参见本文 2.3 节 DS 方法中的有关定义) 内的平均面数密度。“邻域”的概念限制了星系数目而不限制区域

的大小。这样,对应于团天区内不同疏密程度的星系分布,自动调整了平滑尺度。该方法曾被 Dressler 用于测定星系团的面数密度^[22],同样的基本思想也在赵君亮和邵正义提出的局域计数法中得到体现^[23,24]。

(2) 密度分析

这部分工作的主要目的在于有效地从面数密度轮廓中提取有关次团的信息。首先是扣除背景场星系的面数密度。Geller 和 Beers^[17]以场星系面数密度的三倍作为临界值来判断由次结构形成的密度峰值,这种做法对结构较松散的团来说并不十分理想^[21],而且现在我们知道,即便是给定了极限星等,不同的团所在天区的场星系密度也是各不相同的。

West 和 Bothun^[15]为了进一步去除主团的影响,先用 4 个参数(中心位置、中心聚度、椭率和方位角)的分布函数对整个团天区平滑后的面数密度进行拟合,随后,将最佳拟合结果从观测面数密度中扣除,这样就突出了面数密度中异于单一成团结构的信息。用这个方法对 Dressler(1980)^[25]样本进行分析,结论与 Geller 和 Beers^[17]的结果基本一致,在 65 个团中约有 30%—40% 的团存在次结构^[21]。

3.2 小波分析

(1) 小波分析简介

小波分析是通过对观测信号 $S(\mathbf{r})$ 的小波变换来实现的,即将 $S(\mathbf{r})$ 与分析小波 $g(\mathbf{r}, a)$ (a 为尺度参量,或称为小波波长) 在观测量空间 \mathbf{r} 进行卷积,得到小波强度值:

$$W(\mathbf{b}, a) = g(\mathbf{r}, \mathbf{b}, a) \otimes S(\mathbf{r}) \quad (4)$$

再通过对 $W(\mathbf{b}, a)$ 的分析,找出 $S(\mathbf{r})$ 的有关信息。原则上讲,对于一个给定的位置 \mathbf{b} (观测量空间),小波强度 $W(\mathbf{b}, a)$ 包含了所有观测量的信息。

与其它一些“经典”的变换(如傅里叶变换等等)比较,小波变换具有平移不变和伸缩不变的特点^[26],这使得它非常适合于对信号进行局部行为的分析;同时,对分析多尺度(频率)的结构、或是等级式的结构特别有利。故而,小波分析方法自八十年代初诞生起,便很快得到重视,并被广泛应用,其中与天文学有关的诸如:时频分析、图象压缩与拼接、动态数据拟合、时间序列建模以及我们所感兴趣的成团结构分析等^[26]。

将小波分析应用于星系团的次结构始见于 Escalera 和 Mazuer 对 A754 的分析^[27],以后他们又将该方法应用于 Coma 星系团,证实了团中心的次结构^[28]。1994 年, Escalera 等人又对 16 个富星系团进行了小波分析,发现它们都有不同程度的次结构^[29]。这些在经典的分析方法中仅表现为不对称、密度分布不均匀的次结构在小波变换的作用下都显现无遗,以至于有人将小波分析方法比喻为结构探测中的显微镜^[30]。随着 ROSAT 卫星对星系团 X 射线的观测和资料的公开,小波分析方法也很自然地引入星系团 X 射线观测形态的研究之中,并成功地分析了 A1367^[31] 和 Coma 团^[32] 中的次结构。

在成团结构分析中,分析小波 g 通常使用墨西哥帽(Mexican hat)小波形式,其具体表达式如下^[27]:

$$g\left(\frac{\mathbf{r}}{a}\right) = \left(K - \frac{r^2}{a^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{2a^2}\right) \quad (5)$$

其中 K 可以定义为观测量空间 \mathbf{r} 的维数。该分析小波对于与波长 a 有同一量级尺度的结构特别敏感^[27-30,33],无论该结构是孤立的还是叠加在均匀背景或平滑的大尺度结构之上都是如此。这一特性构成了星系团次结构小波分析的基础。

(2) 二维小波分析

在我们所关心的星系团的小波分析中, 观测量空间 \mathbf{r} 即是星系的投影位置(二维), 观测信号则是各别星系在投影位置空间的分布。该信号是离散的, 所以, 式(4)中的积分可用求和来代替。如果我们将各星系看成是等权的, 那么 $S(i)$ 为常数, 不妨取 $S(i) \equiv 1$ 。如此, 给定了小波波长 a , 对于我们所要分析的团天区的任一位置都可以得到它的小波强度值, 从而构成一个二维的小波强度分布:

$$W(\mathbf{r}, a) = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^N \left(2 - \frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}|^2}{a^2} \right) \cdot \exp \left(-\frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}|^2}{2a^2} \right) \quad (6)$$

将二维小波强度分布 $W(\mathbf{r}, a)$ 与星系团的面数密度分布 $\mu(\mathbf{r}, a)$ (式(3)) 进行比较是很有意思的, 两者之间有很强的相似性。从某种意义上来说, 它们都是对团天区星系分布的映射, 对应的数学形式也很一致, 只是变换函数不同而已。在它们的特征尺度 a 以内, 两个函数的形状几乎是一样的, 其作用也相同, 都可以将尺度小于 a 的结构平滑掉。两者的区别在于 Gauss 分布函数是积分归一的, 因此, $\mu(\mathbf{r}, a)$ 是真实的面数密度的近似, 其数值是团天区内所有大小不同的结构相互叠加的结果。而小波函数是积分归零的, 大尺度 ($\gg a$) 的结构经小波变换变成数值近似等于零的小波强度分布。这就使得尺度接近于波长 a 的结构特别显著。所以, 小波变换类似于一个带通滤波器, 它只保留结构中尺度与波长 a 相近的结构的信息。图 1(b) 就是 Virgo 星系团天区的小波分析强度分布 ($a = 60'$), 比较图 1(a) 和 (b), 我们不难看出小波分析的上述特点。

(3) 三维小波分析

因为构成次团的星系一定在投影位置空间和视向速度空间同时具有成团性, 要考虑真实的三维空间的次结构, 在二维小波分析的基础上引入视向速度是必需的。不过, 这里采用的不是真正意义上的三维小波分析。Escalera 和 Mazure^[27] 提出了一种信号加权的方法, 即 $S(i)$ 不取常数, 而取第 i 星系的权重。该权重的计算借用了 DS 方法中参数 δ 的计算方法(详见本文式(1))。这种做法的物理意义非常明确: 第 i 星系所处的局域群的视向速度平均值和弥散度对整个团的相应值偏离越大, 该星系的权重也越大。

这种方法在对 A754^[27], Coma^[28] 以及其它 15 个富星系团^[29] 的分析中都取得了很好的效果。理论上讲, 加入了视向速度观测资料的小波分析更加真实、有效。不过它有一个很苛刻的要求, 就是必须有完备的视向速度观测资料。所以三维小波分析只能以视向速度完备的亮星系为样本, 而不得不放弃其余许多(可能是大部分)星系, 这显然不利于对团内精细结构(包括小尺度结构)的分析。

除了面数密度和小波分析之外, 也有人试图用渗流(percolation)的方法来分析团的次结构^[34], 但并不是很成功^[21]。此外, 有望用于团结构分析的还有镶嵌(tessellation)理论^[35]。限于篇幅, 本文不作进一步介绍。

4 运动学参数拟合与成员确定

4.1 概 述

在统计探测和结构分析之后, 对次团进行运动学参数测定和成员确定是进一步深入研究

所必需的。

回顾这方面的工作,我们可以发现两条线索。其一是从最初用于疏散星团自行成员确定的 Sanders 方法^[36]发展而来, Sanders 方法的目的是将观测天区中的团、场星合理地区分开来。赵君亮、潘容士等人将该方法移植到星系团的视向速度成员确定研究中来^[37]。在近几年的研究中,邵正义和赵君亮等人又不断加以改进^[18,23,24,38-40],现已发展成为可以同时利用多种判据、对多团(次团)结构进行运动学参数和成员确定的严格的统计方法,并成功地分解了象 Virgo 这样复杂的星系团^[18]。另一项与之类似的工作是所谓的 KMM 方法。1988 年 McLachlan 和 Basford^[41]将 KMM 算法引入成团结构的分析。近两年, Bird 和 Ashman 等人又进一步将它应用于星系团次结构的研究^[42,43],已有了不少成功的算例,如: Coma^[44]、A548^[43]等。上述两种方法的基本思路是相同的,那就是先用适当的混合模型(mixture models)来描述团天区内不同成分(各个次团或场星系集合)的星系在观测量空间的分布,然后用最大似然原理解算刻划混合模型的各个分布参数。下面,我们分别对这两个步骤作进一步阐述,同时比较两种方法之间的异同优劣。

4.2 混合模型(mixture models)

4.2.1 基本假设

假设我们所讨论团天区中的 N 个星系可以分成 K 个组成部分(以下简称子区),其中包括 K_c 个次团和 K_f 个前、后背景场(下标 c 和 f 分别代表团和场), $K = K_c + K_f$ 。那么,这些星系在作为判据的观测量空间(设有 J 个判据,比如投影位置、视向速度等)的分布函数 Φ 应为 K 个子区相应分布函数 Φ_k 的叠加:

$$\Phi = \sum_{k=1}^K \Phi_k \quad (7)$$

式中的 Φ_k 又可以写成:

$$\Phi_k = n_k \cdot \phi_k^J \quad (k=1, 2, \dots, K) \quad (8)$$

注意: 这里的上标 J 表示 J 维观测量空间,而不是 J 次方(下同)。式中 n_k 为归一化的团(次团)或场星系数,它们满足:

$$\sum_{k=1}^K n_k = 1 \quad (9)$$

而 ϕ_k^J 则是团天区内第 k 个子区在 J 维观测量空间的归一化的分布函数,它在整个测量空间的积分为 1。很明显,诸 n_k 表示属于各子区的星系相对数量,而相应的 ϕ_k^J 则表示其分布形状。如果星系在 J 个观测量空间的分布是相互独立的,那么, ϕ_k^J 可以进一步分离变量:

$$\phi_k^J = \prod_{j=1}^J \phi_k^j \quad (10)$$

4.2.2 星系在视向速度和投影位置空间的分布

在视向速度空间(v)中,团(或次团)星系和场星系分别满足具有不同平均值和弥散度的一维 Gauss 函数(详见参考文献[23,24])。

在投影位置空间(r)中,场星系在投影位置空间的分布是统计均匀的;而团(次团)星系的分布则可用常用的 King 经验公式^[23,24]或是 Gauss 函数^[44]来近似。KMM 方法由于算法

上的限制, 必须假设各子区的星系分布在每一个观测量空间都服从一维 Gauss 分布。该假设对于团(次团)星系来说问题不大, 但显然不适用于场星系。这一困难在 Colless 等人 (1996)^[44] 研究 Coma 团中的次结构时明显地可以感受到, 在他们的工作中不得不强行划定视向速度的范围来剔除场星系, 然而这种作法并不严格。邵正义和赵君亮等人^[18,23]的方法则完全没有这个问题, 在他们的算法中只要满足 ϕ_k^r 在观测天区内积分归一即可, 而不对函数的形式有任何的限制。这就使得该方法有很大的灵活性, 比如: 将 King 模型略加改进, 引入分布概率 ε_c , 半长径方向与赤纬圈的夹角 θ_c , 即可用来描述实际团星系在投影位置上的椭圆分布^[24,39]。

4.2.3 成员概率

给定了分布函数之后, 第 i 星系属于团天区中第 k 个子区的概率可以由下式计算:

$$P_k(i) = \frac{\Phi_k(i)}{\Phi(i)} = \frac{\Phi_k(i)}{\sum_{k=1}^K \Phi_k(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (11)$$

$P_k(i)$ 除了表示第 i 星系属于第 k 子区的可能性之外, 还可以从另一个角度进行理解: 假设第 i 星系并非特指某一星系, 而是代表在观测量空间位置与 i 星系相近的若干个 (N_i 个) 星系, 那么这些星系中就有 $N_i P_k(i)$ 个是属于子区 k 。其效果等价于将第 i 星系分成大小不同的 K 个部分, 其中属于子区 k 的大小为 $P_k(i)$ 。

第 k 子区成员确定的有效性完全取决于成员概率 $P_k(i)$ 的分布形状: 直观地讲, 成员概率的分布越是偏离平均概率, 向“0”或“1”靠近, 则越是有效。这是对成员概率结果的统计分析, 可以用定量的指标来表征^[40]。

4.3 参数的最大似然拟合

若以 q_i 作为分布函数 Φ 的待定参数, 则可以利用最大似然方法拟合得到 q_i 的最似然值及其不确定性。然而, 在对最大似然原理的应用方面, KMM 方法与赵君亮等人的做法是有区别的。

KMM 算法中似然函数(对数形式)的表达式如下^[43]:

$$L_{KMM} = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N z_{ki} \{ \ln [\Phi_k(i, q_i)] \} \quad (12)$$

其中 z_{ki} 为一指示参量, 它的作用是通过恰当的定义保证将 N 个观测点分配给 K 个子样本, 即:

$$z_{ki} = \begin{cases} 1 & i \in k \\ 0 & i \notin k \end{cases} \quad (13)$$

在给定了各个分布参数 q_i 的初值之后, 可以利用式 (11) 计算第 i 星系分别属于某个子区的概率, 然后将该星系分配给概率最大的子区。这样就有一个迭代的过程, 给定一组 z_{ki} , 用 L_{KMM} 趋向极大求出 q_i , 根据 q_i 再给出新的分配方案 z'_{ki} , 如此往复直到得到一个稳定的分配为止。

赵君亮等人的解算方法则非常直截了当^[23], 整个样本的似然函数(对数形式)可以写成:

$$L = \sum_{i=1}^N \ln \Phi(i, q_i) = \sum_{i=1}^N \ln \left[\sum_{k=1}^K \Phi_k(i, q_i) \right] \quad (14)$$

当 $L \rightarrow L_{\max}$ 时, $q_{l,\max}$ 就是待定参数的最或然值。这种算法在理论上是自洽的, 如果团天区内分布函数 ϕ 的设计是合理的话, 它保证了成员确定前、后团分布参数的拟合结果将是一致的; 同时也避免了 KMM 算法中反复迭代的过程。邵正义在该算法的基础上略加改进, 可使其适用于某些不同观测判据的样本完备率不一致的情形^[18], 从而扩大了应用范围。

可以证明, 当团天区中不同子区的星系在观测量空间的分布有明显差异时, 上述两种算法的结果将是一致的^[18]。但如果各次团在各个观测量空间的分布均比较靠近(比如各次团之间存在动力学相互作用), KMM 算法对星系的分配(式(13))就不甚妥当了。

5 结束语

以上介绍的这些方法基本上覆盖了星系团次结构分析的整个过程。虽然 Beers 在 1992 年就曾经说过^[21]: 天文学上没有其它任何一个领域比之星系团次结构在分析方法上更加成熟的了。但是近几年中, 这方面的工作又有了很大的进展, 比如小波方法的应用、团参数拟合与成员确定方法等都是在近期发展起来的。这充分体现了星系团次结构研究的价值及其活跃程度。我们深信, 随着观测和理论研究的深入, 星系团次结构的分析方法必将进一步趋于完善, 并为与次结构有关的其它领域的研究打下扎实的基础。

参 考 文 献

- 1 Pinkney J, Roettiger K, Burns J O et al. *Ap. J. Suppl. Ser.*, 1996, 104: 1
- 2 Richstone D, Lobe A, Turner E L. *Ap. J.*, 1992, 393: 477
- 3 Kauffman G, White S D M. *M.N.R.A.S.*, 1993, 261: 921
- 4 Lacey C, Cole S. *M.N.R.A.S.*, 1993, 262: 627
- 5 Bird C M. *Ap. J.*, 1995, 445: L81
- 6 Ueda H, Itoh M, Suto Y. *Ap. J.*, 1993, 408: 3
- 7 West M J, Oemler A, Dekel A. *Ap. J.*, 1988, 327: 1
- 8 Mohr J J, Fabricant D G, Geller M J. *Ap. J.*, 1993, 413: 492
- 9 Jones C, Forman W. In: Fabian A C ed. *Clusters and Superclusters of Galaxies*, Dordrecht: Kluwer, 1992: 49
- 10 Lee K L. *J. Am. Stat. Assoc.*, 1979, 74(367): 708
- 11 Fitchett M J, Webster R. *Ap. J.*, 1987, 383: 72
- 12 Dresser A, Shectman S A. *A. J.*, 1988, 95: 985
- 13 Bird C M. Ph. D. thesis, Minnesota: Minnesota Univ., 1993
- 14 Silverman B. *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. London: Chapman & Hall, 1986
- 15 West M J, Bothun G D. *Ap. J.*, 1990, 350: 36
- 16 Heisler J, Tremaine S, Bahcall J N. *Ap. J.*, 1985, 298: 8
- 17 Geller M J, Beers T C. *Publ. Astron. Soc. Pac.*, 1982, 94: 421
- 18 邵正义. 博士论文, 上海: 中国科学院上海天文台, 1996
- 19 Monaghan J J. *Comput. Phys. Commun.*, 1988, 48: 89
- 20 Monaghan J J. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 1992, 30: 543
- 21 Beers T C. In: Feigelson E D, Babu G J eds. *Statistical Challenges in Modern Astronomy: Assessment of Subclustering in Clusters of Galaxies*. Springer-Verlag, 1992: 111
- 22 Dressler A. *Ap. J.*, 1980, 236: 351
- 23 Zhao J L, Shao Z Y. *Astron. Astrophys.*, 1994, 288: 89
- 24 邵正义. 硕士论文, 上海: 中国科学院上海天文台, 1993

- 25 Dressler A. *Ap. J. Suppl. Ser.*, 1980, 42: 565
- 26 贾沛璋. 小波分析讲义, 1995
- 27 Escalera E, Marzure A. *Ap. J.*, 1992, 388: 23
- 28 Escalera E, Slezak E, Mazure A. *Astron. Astrophys.*, 1992, 264: 379
- 29 Escalera E, Biviano A, Girardi M et al. *Ap. J.*, 1994, 423: 539
- 30 Girardi M, Biviano A, Giuricin G et al. *Ap. J.*, 1993, 404:38
- 31 Grebenev S A, Forman W, Jones C et al. *Ap. J.*, 1995, 445: 607
- 32 Vikhlinin A, Forman W, Jones C. *Ap. J. Lett.*, 1996, preprint (astro-ph/9610151)
- 33 Bendjoya Ph, Slezak E, Froeschle cl. *Astron. Astrophys.*, 1991, 251: 312
- 34 Rhee G. Ph. D. Thesis, Netherlands: Leiden University, 1989
- 35 Bernardeau F, van de Weygaert R. *M.N.R.A.S.*, 1996, 279: 693
- 36 Sanders W L. *Astron. Astrophys.*, 1971, 14: 226
- 37 赵君亮, 潘容士, 黄松年等. *天文学报*, 1988, 29: 359
- 38 邵正义, 赵君亮. *天体物理学报*, 1996, 16: 129 (=Chin. *Astron. Astrophys.*, 1996, 20: 273)
- 39 邵正义, 赵君亮. *上海天文台年刊*, 1996, 17: 211
- 40 邵正义, 赵君亮. *天文学报*, 1996, 37: 377 (=Chin. *Astron. Astrophys.*, 1997, 21: 254)
- 41 McLachlan G J, Basford K E. *Mixture Models: Inference and Applications to Clustering*. New York: Marcel Dekker, 1988
- 42 Bird C M. A. J., 1994, 107: 1637
- 43 Ashman K M, Bird C M. A. J., 1994, 108: 2348
- 44 Colless M, Dunn A M. *Ap. J.*, 1996, 458: 435

Statistical Studies on Substructures of Galaxy Clusters

Shao Zhengyi Zhao Junliang

(Shanghai Astronomical Observatory, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030)

Abstract

In this paper, a general review of statistical methods which are applied to studies on substructures of galaxy clusters is presented. These methods include statistical test of substructure, analysis of structure of clusters, and determination of kinematic parameters and membership of subclusters.

Key words galaxy clusters: substructures—statistical tests—membership