

为平运动共振(即轨道-轨道共振)、长期共振(即轨道-轨道共振)、也就是说,动力演化过程与共振现象密不可分。

2.2.1 近地小行星轨道演化的研究现状

季江徽¹ 刘林¹ 廖新浩²

(1. 南京大学天文系 南京 210093)

(2. 中国科学院上海天文台 上海 200030)

摘要

近地小行星由于与地球的特殊关系为世人所瞩目,对其研究始于50年代,近年来已成为太阳系动力学中的一个热门课题。全面地介绍了近年来关于近地小行星(小天体)的研究状况,包括对近地小行星轨道演化的研究方法和主要结果。阐明了在轨道演化过程中相应力学模型的选取、有关数值方法的引用以及积分步长变化的处理等具体问题,并介绍了轨道长期共振的作用以及对这种共振的处理方法,最后给出了根据目前研究所知的与地球轨道距离最近的一些小行星的轨道特征等。

关键词 近地小行星—轨道演化—平运动共振—长期共振—辛算法

分类号: P134.2

1 研究对象

小行星是太阳系中最重要的一类小天体,大多数小行星分布在火星和木星轨道之间,离太阳2.1~3.3AU,被称为主带小行星。当今人们更关心的是近地小行星,特别是直径超过100m的近地小天体。目前发现的数目已超过250颗,主要分为以下三类:

(1) Aten型: $a \leq 1.0\text{AU}$, $Q \leq 1.0\text{AU}$

(2) Apollo型: $a \geq 1.0\text{AU}$, $q \leq 1.0\text{AU}$

(3) Amor型: $a > 1.0\text{AU}$, $1.0\text{AU} < q < 1.38\text{AU}$

这里 a 为轨道半长径, $q = a(1 - e)$ 为近日距, $Q = a(1 + e)$ 为远日距, 1.38AU 为火星轨道的近日距。图1描绘了上述三种类型的轨道基本特征。

研究近地小行星的重要意义毋须赘言,近年来对近地小行星的研究已成为一个热门课题,特别是从动力学角度去研究它们的轨道演化以及与地球接近(或碰撞)的问题。

2 研究现状

对小行星的研究已有较长的历史,但过去主要集中在对主带小行星的研究上,近年来由

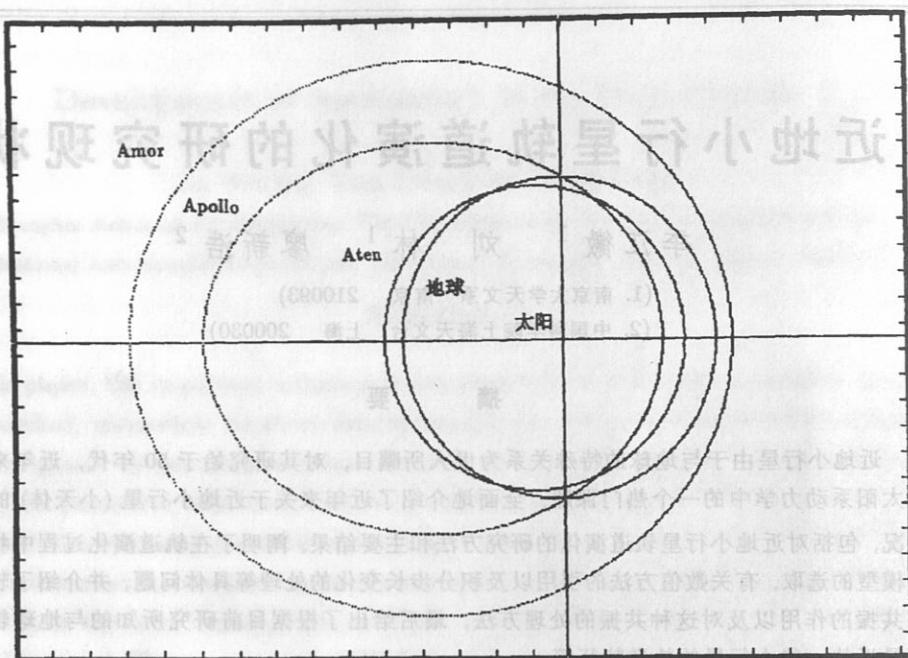


图 1 三种类型近地小行星轨道的基本特征

于观测手段不断改善，发现了越来越多的近地小行星，由于它们可能与地球相当靠近，对其进行监测并从事动力学研究就显得尤为重要。关于动力演化以及与地球接近或碰撞问题的研究已由早期的统计方法发展到研究轨道演化的动力运输机制以及对个别特殊小行星的深入研究等。

2.1 统计研究

早期的研究由于数学上的困难和计算工具的限制，主要是从统计角度讨论近地小行星与地球的碰撞问题。包括首先由 Opik^[1] 提出了统计理论（假定其中的小行星为圆轨道并且倾角为 0，建立了与小行星和目标大行星轨道根数相关的计算碰撞概率的方程）以研究穿越行星轨道、接近和碰撞问题；后来又有 Wetherill^[2] 和 Kessler^[3]（均对前者进行了推广，使相应的方程适用于一般情况）对碰撞概率的研究，其基本假设未考虑小行星和目标大行星间的平运动共振。在上述理论的基础上，Milani 等人^[4] 对 Kessler 理论作了改进，用来预报小行星轨道和大行星轨道几乎共面或几乎相切的接近问题（因为 Kessler 理论处理该类问题存在困难），能够得到稳定且较可靠的接近数目的预报。统计方法并不能从动力学角度给出近地小行星的运动规律，但从大量的观测或模拟数据中给出小行星和大行星接近或者发生碰撞概率的一个轮廓，还是具有一定意义的。

2.2 动力运输机制

由于近地小行星有可能与地球等大行星接近或碰撞，仅从统计角度去研究这类天体的运动当然是不够的，必须进一步深入研究近地小行星的运动规律及其轨道演化的细节，包括定性和定量两个方面。这就必然要考虑动力运输机制。以目前近地小行星的轨道为基准，探索它们如何运动到现在的位置，这就涉及到近地小行星的起源问题，目前已经证实大部分近地

小行星来自主带。那么, 为什么会从主带转入近地运行轨道, 这通常涉及到两个方面, 其一为平运动共振(即轨道-轨道共振, 简称轨道共振), 其二为长期共振。也就是说, 动力演化过程与共振现象密不可分。

2.2.1 平运动共振

所谓平运动共振, 是指小行星的平运动角速度和某一大行星的平运动角速度通约引起的一种共振现象。Wisdom^[5]以及Yoshikawa^[6~8]在椭圆限制性三体问题的框架下讨论了处于和木星平运动共振(如3/1, 5/2, 4/1共振)的天体的偏心率会增大到使其轨道成为穿越火星轨道。如果考虑有关大行星的共同作用, 情况又有所不同。Wisdom^[9]指出, 如果考虑四个大行星以及相应的轨道进动进行数值积分的话, 小天体的轨道偏心率还会增大, 并且轨道运动明显进入混沌态。Morbidelli^[10]认为几乎在所有的平运动共振区域都存在很大的混沌区域。这些混沌区域是因为长期共振位于平运动共振内部的叠加效应而出现的, 因而偏心率可以为任意值(其值为1时, 小行星“逃离”主带)。刘林、廖新浩在研究主带小行星轨道演化时也发现了因平运动共振而使小行星“逃离”主带的现象^[11,12]。

2.2.2 长期共振

所谓长期共振, 是指小行星和某一大行星的近日点经度 $\tilde{\omega}$ 的进动速率几乎相等时会引起小行星轨道偏心率 e 的显著变化, 小行星和某一大行星的升交点经度 Ω 的进动速率几乎相等时会引起轨道倾角 i 发生显著变化。关于长期共振的命名方式, 对应近日点长期共振, 按照相应大行星的顺序, 依次命名为, ν_2 (金星), ν_3 (地球), ν_4 (火星), ν_5 (木星), ν_6 (土星)等; 而升交点长期共振依次命名为 ν_{12} (金星), ν_{13} (地球), ν_{14} (火星), ν_{15} (木星), ν_{16} (土星)等。

在小行星的主带中, 主要有三个最强的长期共振: ν_5 、 ν_6 (即小行星的 $\tilde{\omega}$ 进动速率分别和木星、土星的近日点经度的进动速率几乎相同)和 ν_{16} (小行星升交点的进动速率和土星升交点的进动速率几乎相同)。根据Bretagon提出的理论^[13], $\nu_5 = 4.207''/\text{yr}$ (周期约为 $3.1 \times 10^5 \text{ yr}$), $\nu_6 = 26.217''/\text{yr}$ (周期约为 $4.9 \times 10^4 \text{ yr}$), $\nu_{16} = -26.267''/\text{yr}$ (周期约为 $4.9 \times 10^4 \text{ yr}$)。就小行星轨道的变化来说, ν_5 仅仅对偏心率有较大的影响, 使小行星接近或穿越火星轨道。 ν_6 能使偏心率跃至1, 因而说它是导致相应的小行星转入穿越大行星轨道最有效的运输机制。研究已经表明一部分近地小行星处在或接近 ν_6 共振区。 ν_{16} 仅增大小行星轨道倾角的变化。

具体说来, 近几年长期共振研究的成果包括: Morbidelli^[10]提出了一个实用算法用来计算接近或处在长期共振区的小行星动力演化, 他分析了 ν_6 共振区44颗编号小行星的动力学行为, 发现在该区域只有4颗是危险的。Froeschle等人^[14]的研究表明 ν_5 和 ν_{16} 共振对 $a < 2\text{AU}$ 的区域也是有效的。Mickel等人^[15,16]通过数值积分发现 ν_4 和 ν_{16} 的联合作用可以使Eros和地球发生碰撞。Mickel和Froeschle^[17]提出了一个半分析理论, 用来研究半长轴 $a < 2\text{AU}$ 区域的长期共振效应, 在该区域出现了类地行星的长期共振, 如近日点长期共振 ν_2 、 ν_3 、 ν_4 , 以及升交点长期共振 ν_{12} 、 ν_{13} 、 ν_{14} , 此外还出现了三个主要的长期共振 ν_5 、 ν_6 、 ν_{16} , 研究表明某些共振的叠加效应将导致进入混沌状态。最近Milani等人^[18]对小行星带的稳定性态的研究讨论了Veritas族小行星的运动, 由于与木星高阶平运动共振以及和小行星近日点的长期共振的双重作用而出现了稳定的混沌运动(尽管偏心率和倾角会缓慢地扩散, 但是半长轴基本上没有扩散)。可见长期共振和平运动共振在近地小行星轨道演化中的影响是密不可分的, 经常同时起作用。因而在研究近地小行星运动时应该注意到这个特点。需特别指出的是, 某种特殊的长期共振或平运动共振能使近地小行星锁定在共振区域, 从而避

免接近地球(或某一大行星)。Milani 等人^[19]根据小行星的动力学行为把处于 Kozai 长期共振区的小行星称为 Kozai 型, 而把处于类地行星共振区域(即 ν_2 、 ν_3 、 ν_4 以及 ν_{12} 、 ν_{13} 、 ν_{14} 起作用)的小行星称为 Toro 型。

2.3 对个别特殊小行星的研究

有个别比较特殊的近地小行星, 或在距离上最接近地球, 或接近地球的机会最多, 需给予特别的注意, 例如:

(1) Eros(编号 433) 是第二大的近地小行星, NASA 在 1996 年发射了太空探测器, 预期在 1999 年与其相遇时可对它作广泛的科学的研究, 其中包括对其表面成份, 物理性质, 地貌及内部结构的研究。

(2) Nereus(编号 4660) 是接近地球最频繁的近地小行星^[4], 因而对地球的威胁较大, 日本打算在 2003 年执行一项太空任务, 对其探索。

对特殊的近地小行星的研究可为人们提供新的思路。Mickel 等人^[15,16]对上述两颗近地小行星的动力学演化作了详细的研究。他们对每一颗小行星均用一个瞬时轨道和三个“克隆”轨道(所谓“克隆”轨道是在瞬时轨道的基础上分别对 a, e, i 作微小的变动所得)在 2×10^4 yr 的时间内进行数值积分, 得到的主要结论为: 就 Nereus 而言, 其轨道演化取决于与地球的相遇, 导致其半长轴随机摆动, 和长期共振相关的稳定机制以及平运动共振经常起暂时作用; 对 Eros 来说, $5/8$ 的“克隆”轨道, 相应的小行星可穿越火星轨道, 而 $3/8$ 则可穿越地球轨道。他们认为 Nereus 不可能起源于彗星轨道, Eros 则可能起源于主带小行星大规模碰撞后的原始碎片。

3 研究方法

3.1 力学模型

在研究近地小行星来自主带的问题时通常针对主带小行星所处的“环境”采用与太阳—木星一小行星对应的椭圆型限制性三体问题模型。但当小行星离开主带其轨道转化为接近地球(或其它大行星)轨道后, 就进一步考虑小行星与有关的大行星(火星, 地球等)接近时的引力作用, 采用限制性($N+1$)体质点引力模型(这里 $N \geq 2$, 对应太阳和各有关大行星)。

对于($N+1$)体质点引力模型, 有几种处理方式, 即:

(1) 将大行星的运动处理成简单的无摄运动^[4], 这种极其简单的简化处理, 主要在早期的统计研究中采用。

(2) 将大行星的轨道考虑为长期进动椭圆, 即将大行星的轨道处理成平均椭圆轨道, 这在小行星轨道还未与某一大行星十分接近时是一个较好的力学模型。在此基础上还可以作一些小的修正, 如增加两个主要大行星木星和土星轨道之间的 $5/2$ (或 $2/5$)共振项以及太阳引力的后牛顿效应^[20,21]。

(3) 进一步的精化处理, 即同时考虑大行星的轨道变化, 在研究近地小行星轨道演化的同时, 也将有关大行星的轨道作为未知量一并确定。这样做计算量较大。在小行星与大行星不十分靠近或计算的“演化”时间不太长时它与前述模型无明显差别; 但若考虑较长的演化过程, 特别对两者相当接近的情况, 则应采用这种模型。至于小行星与大行星接近或将要发生碰撞前, 由于距离特别近, 力学模型需更加精化(如要考虑相应大行星的非球形引力作用

等), 这已是另一类问题, 本文中不拟涉及。

由于力学模型的复杂, 不可能采用一般定性方法和分析方法去研究, 而通常采用数值方法。这在当今计算技术已高度发展的条件下, 既是必然的趋势, 也是有效的。

3.2 数值方法的应用状况

数值方法是当今解决天体力学问题的强有力工具。在研究近地小行星的运动时, 积分器的选择尤其重要, 这是因为计算弧段长, 以及小行星与大行星接近而导致轨道剧烈变化, 如果积分器选取不当, 可能会导致结论的不可信。也就是说, 从定性角度要求所选取积分器能够保持系统的整体运动特征; 另一方面, 从定量角度要求保证一定的位置精度。近年来出现的辛算法 (Symplectic Algorithm), 其相应的辛差分格式能保持哈密顿相流的几何结构 (辛结构), 从而保证运动相流的整体特征不被歪曲 [22~24], 这种积分器自然是一种较佳的选择。

近地小行星 (小天体) 可以和某一大行星 (如地球, 火星等) 接近甚至发生碰撞。当近地小行星和大行星靠得很近时, 大行星对小行星的作用不再仅仅是摄动力, 而是强烈的引力作用, 当接近距离小于一定值时, 这种引力作用将使小行星的轨道发生显著的变化。从数学角度来说, 相当于吸引半径很小, 趋向于零, 这意味着运动方程的右函数表达式中分母接近零, 变化极其剧烈, 处理不好将导致相当大的误差, 甚至积分失效。无论是经典的单步法或多步法, 还是辛算法, 都必须考虑积分步长的处理问题。

关于辛算法, 近期的工作主要是对辛算法精度的研究, 包括辛积分器的改进, 以及接近碰撞时变步长问题等。Wisdom 等人^[25]给出了辛积分器的一种改进方法, Mickel 等人^[26]在圆型限制性三体 (太阳 - 木星 - 彗星) 框架下讨论了辛算法变步长问题, Mikkola 在少体问题模型中研究了辛算法的时间变换方法^[27]。尽管辛算法能够保持原哈密顿系统的运动特性, 但是由于其差分格式受到一定的“限制”, 局部截断误差相对较大, 从定量的角度来说, 辛算法精度不如同阶的经典算法 (如 RKF 方法或线性多步法), 特别在变步长的情况下更是如此, 因而对其进行改进是十分有意义的。

3.3 小行星和大行星接近时的积分步长

(1) 变步长问题

在研究接近碰撞这一类问题时, 需要考虑积分步长的变化。就辛算法而言, 能量是否还能保持, 这是人们所关注的问题。由于辛积分器的步长改变了, 则其附近的哈密顿函数也随着改变, 从而能量不能保持。Mickel 等人指出, 如果步长是偶然改变的话, 那么在短时间内的影响是可以忽略的, 但是在考虑靠近大行星时, 由于强烈的摄动, 就其长期行为而言, 影响是很重要的。他们所采用的积分器是二阶混合变量辛积分器 MVS2^[28~30], 以及正规化后的二阶混合变量辛积分器 RMVS2(处理小天体和大行星接近时而作了时间步长的正规化)。经过试验, 他们的主要结论为, MVS2 的积分精度不仅和积分步长有关, 还与所研究系统的初始构形相关; 用 RMVS2 积分, 可以实现减小步长, 使小天体低速靠近大行星, 但是步长的选择与接近时的特性有关。

(2) 时间变换方法

由于近地小行星接近地球时, 作用力大小的变化相当剧烈, 可以通过时间变换消除原运动方程奇点的方法进行处理。关于这一问题, Mikkola 作了一系列的研究^[31], 其中除辛算法的时间变换外, 还有 N 体系统的正规化方法等。这些方法在实际数值计算中是很有效的, 能够得到较好的结果。

(3) 正规化问题

Mikkola 等人提出了链式形式的 N 体正规化方法^[31]。

对于四体问题，相应的哈密顿函数为

$$H = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2m_i} w_i - \sum \frac{m_i m_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \quad (1)$$

这里，万有引力常数 $G = 1$ 。坐标系取为质心系， w_i 和 \mathbf{r}_i 分别为质量为 m_i 的天体的动量和位置矢量。

首先为了找出四个天体间的最接近的距离，进行链式变换 $(\mathbf{r}, \mathbf{w}) \Rightarrow (\mathbf{R}, \mathbf{W})$ ，这里 \mathbf{R}_1 、 \mathbf{R}_2 、 \mathbf{R}_3 以及 \mathbf{W}_1 、 \mathbf{W}_2 、 \mathbf{W}_3 分别为新的正则坐标和正则动量。其中链式矢量 \mathbf{R} 包括了系统内最接近的距离，并且定义：

$$\begin{cases} \mathbf{R}_1 = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{R}_2 = \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2 \\ \mathbf{R}_3 = \mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_3 \end{cases} \quad (2)$$

接下来，对变量进行正规化变换，有 KS 变换 $(\mathbf{R}, \mathbf{w}) \Rightarrow (\mathbf{Q}, \mathbf{P})$ ：

$$\begin{cases} \mathbf{R}_K = \hat{\mathbf{Q}}_K \cdot \mathbf{Q}_K \\ \mathbf{W}_K = \hat{\mathbf{Q}}_K \cdot \mathbf{P}_K / (2Q_K^2) \end{cases} \quad (3)$$

这里 $\hat{\mathbf{Q}}_K$ 为 KS 矩阵， \mathbf{Q}_K 与 \mathbf{P}_K 分别为 KS 正则坐标和正则动量。这样可以消除哈密顿方程中的碰撞奇点。最后，为了消除哈密顿函数本身的奇点，进行时间变换：

$$dt = gds, \quad g = R_1 R_2 R_3 \quad (4)$$

由此得到正规化后的哈密顿函数为：

$$\Gamma = g(H - E) \quad (5)$$

这里 E 为初始能量。在新的系统内的运动方程为

$$\begin{cases} P'_K = -\frac{\partial \Gamma}{\partial Q_K} \\ Q'_K = \frac{\partial \Gamma}{\partial P_K} \end{cases} \quad (6)$$

在这一运动方程中已不存在奇点，可以正常积分。对 N 体问题的处理也类似。

4 轨道长期共振

4.1 变量的选取

常用的变量为 Delaunay 变量(作用量-角变量)，即

$$\begin{cases} L = \sqrt{a} \\ G = \sqrt{a(1-e^2)} \\ H = \sqrt{a(1-e^2)} \cos i \end{cases} \quad \begin{cases} l = M \\ g = \omega \\ h = \Omega \end{cases} \quad (7)$$

这里已采用适当的计算单位, 使引力常数 $\mu = 1$ 。相应的哈密顿函数为

$$(8) \quad H = -\frac{1}{2L^2} - \sum_{j=1}^9 m_j \Gamma_j(L, G, H, L_j, G_j, H_j; l, g, h, l_j, g_j, h_j)$$

第一项为可积部分, 第二项为大行星摄动项。由于不考虑平运动共振, 可以对 l 和 l_j 取平均。给出准到行星质量一阶的平均哈密顿函数为

$$(9) \quad \tilde{H} = -\sum_{j=1}^9 m_j [K_j^0 + K_j^1 + K_j^2 + \dots]$$

这里 K_j^r 是指含因子 $e_j^\alpha i_j^\beta$ 的项, 其中 $\alpha + \beta = r, \alpha, \beta \geq 0$ 。

引进符号 g_0 和 s_0 , 分别表示小天体的近日点进动频率和升交点进动频率; g_k 和 s_k 分别表示某一大行星的近日点进动频率和升交点进动频率。只考虑一阶(指摄动阶)共振, 相应的一阶摄动函数为 K^1 , 哈密顿函数可写为

$$(10) \quad K = \sum_{j=2}^6 m_j (K_j^0 + K_j^1),$$

$j = 2 \sim 6$, 表示只考虑金星到土星, 这里

$$(11) \quad \sum_{j=2}^6 m_j K_j^1 = K_k^{1p}(g_k t + a_k) + K_k^{1n}(s_k t + b_k)$$

其中

$$(12) \quad \begin{cases} \sum_{j=2}^6 m_j K_j^{1p}(g_k t + a_k) = K_k^{1p}(g_k t + a_k) & (\text{近日点频率项}) \\ \sum_{j=2}^6 m_j K_j^{1n}(s_k t + b_k) = K_k^{1n}(s_k t + b_k) & (\text{升交点频率项}) \end{cases}$$

4.2 共振模型的选择

(1) 仅考虑近日点进动

下面将引入作用量-角变量来得到共振行为的全局描述。考虑 1:1 共振, 其近日点经度 ($\tilde{\omega} = g + h$) 进动频率 g_0 和某一大行星的进动频率 g_k 相等。

平均化后的哈密顿函数为

$$(13) \quad K = K^0(G, H, w) + K^{1p}(G, H, w, w + h - g_k t)$$

因为只考虑近日点进动, 故上述哈密顿函数中没有出现非共振项和 K^{1n} 。而将 K^{1p} 展为傅立叶级数:

$$(14) \quad K^{1p}(G, H, w, w + h - g_k t) = \sum_{l \in Z} C_l(G, H) \cos(w + h - g_k t + 2lw)$$

引进作用量-角变量变换:

$$(G, H, w, h) \rightarrow (J, H, \psi_1, \psi_2)$$

通过处理，可以得到一个自由度的哈密顿系统：

$$(8) \quad \bar{K} = \bar{K}^0(\bar{F} + \bar{F}_1, \bar{F}) - g_k \bar{F} + C_0^1(\bar{F} + \bar{F}_1, \bar{F}) \cos \bar{s} \quad (15)$$

关于有关变量的表达可参阅文献 [17]。

(2) 仅考虑升交点进动
平均化后的哈密顿函数为

$$(9) \quad K = K^0(G, H, w) + K^{1n}(G, H, w, h - s_k t) \quad (16)$$

其它过程与上类似。

上述变换处理，使讨论问题简化为一个自由度的哈密顿系统，立即可给出该系统的特征，这是研究共振问题的常用方法。由此可了解长期共振在小行星轨道演化中的作用。

近地小行星中心，在 1997 年曾公布过对地球潜在威胁较大的 96 颗小行星中距地球轨道最近的 12 颗小行星（统计截止日期为 1997 年 3 月 18 日），见表 1。与地球轨道接近，就意味着有可能与地球接近，甚至发生碰撞，我们曾在 1996 年对上述 12 颗中的 1981、2201、4581 和 4660 四颗小行星作过轨道演化的研究^[20]，同样得到它们将会与地球十分接近的结果。因此，对近地小行星除进行国际性的联合监测外，同时也要开展轨道演化的定量研究，特别对那些对地球有潜在威胁的近地小行星，更应该进行深入的研究，包括力学模型的精化以及数

表 1 距地球轨道最近的 12 颗小行星

小行星编号与名称	q/AU	a/AU	e	$i/(^\circ)$
1937 UB Hermes	0.617	1.639	0.624	6.2
1981 Midas	0.622	1.776	0.650	39.8
2201 Oljato	0.628	2.175	0.711	2.5
4581 Asclepius	0.657	1.022	0.357	4.9
4660 Nereus	0.953	1.490	0.360	1.4
1988 XB	0.761	1.467	0.482	3.1
1989 UP	0.984	1.864	0.472	3.9
1994 WR12	0.448	0.754	0.405	7.1
1996 AJ1	0.287	1.308	0.781	2.5
1996 BG3	0.790	2.000	0.605	3.6
1996 SK	0.494	2.428	0.797	2.0
1997 BR	0.927	1.336	0.306	17.2

值方法的选择，要保证可靠性和具有较高的定位精度，使轨道演化“预报”的计算结果确实可靠，否则将带来不良的后果。

参 考 文 献

- 1 Opik E J. Proc. R. Ir. Acad., 1951, 54A: 165
- 2 Wetherill G W. J. Geophys. Res., 1967, 72: 2429
- 3 Kessler D J. Icarus, 1981, 48: 39
- 4 Milani A et al. Icarus, 1990, 88: 292
- 5 Wisdom J. Icarus, 1983, 56: 51
- 6 Yoshikawa M. Astron. Astrophys., 1989, 213: 436
- 7 Yoshikawa M. Icarus, 1990, 87: 78
- 8 Yoshikawa M. Icarus, 1991, 92: 94
- 9 Wisdom J. Nature, 1985, 315: 731
- 10 Morbidelli A. Icarus, 1993, 105: 48
- 11 刘林, 廖新浩. 天文学报, 1989, 30: 117
- 12 廖新浩. 博士论文, 南京: 南京大学, 1989; 紫金山天文台台刊, 1989, 8: 117
- 13 Bretagnon P. Astron. Astrophys., 1974, 30: 141
- 14 Froeschle Ch et al. Icarus, 1995, 117: 45
- 15 Mickel P et al. Nature, 1996, 380: 689
- 16 Mickel P et al. Astron. Astrophys., 1996, 313: 993
- 17 Mickel P et al. Icarus, 1997, 129: 348
- 18 Milani A et al. Icarus, 1997, 125: 13
- 19 Milani A et al. Icarus, 1989, 78: 212
- 20 刘林, 季江徽. 天文学报, 1997, 38: 337
- 21 刘林, 季江徽, 廖新浩. 天文学报, 1998, 39: 141
- 22 Feng K. In: Feng K ed. Beijing Symposium on Differential Geometry and Differential Equations, Beijing, 1984, Beijing: Science Press, 1985: 42
- 23 Feng K. J. Comput. Math., 1986, 4: 279
- 24 Forest E, Ruth R D. Physica D, 1990, 43: 105
- 25 Wisdom J et al. Symplectic correctors, Proceedings of the Integration Methods in Classical Mechanics Meeting, Waterloo, 1993, [s.l.]: [s.n.], 1995, preprint, Fields Institute Communications 1996, 10, 217
- 26 Mickel P. Icarus, 1997, 129: 348
- 27 Mikkola S. Celest. Mech. Dyn. Astron., 1997, 67: 145
- 28 Kinoshita H et al. Celest. Mech. Dyn. Astron., 1991, 50: 59
- 29 Wisdom J, Holman M. A. J., 1991, 102: 1520
- 30 Saha P, Tremaine S. Celest. Mech. Dyn. Astron., 1992, 57: 439
- 31 Mikkola S, Aarseth S J. Celest. Mech. Dyn. Astron., 1990, 47: 375

The Research of the Orbital Evolution of the Near-Earth Asteroids

Ji Jianghui¹ Liu Lin¹ Liao Xinhao²

(1. Department of Astronomy, Nanjing University, Nanjing 210093)

(2. Shanghai Astronomical Observatory, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030)

Abstract

The Near-Earth Asteroids(NEAs) are now highly paid attention to by the world for their special relationship with the Earth, and the study began in the 1950's, while it has become a pop-

topic in the solar system dynamics recently. In this paper the research of the NEAs has been thoroughly reviewed, and the exploration methods of the orbital evolution and the main results with respect to the NEAs are included. Moreover, we firstly throw light on the selection of the corresponding mechanical model, the adoption of the numerical methods and the procession of the variation of the integration stepsize during the orbital evolution, then introduce the effect of the secular orbital resonance and the treatment of the resonance, finally show the orbital features of the asteroids nearest to the Earth according to the present investigation.

Key words Near-Earth Asteroids—orbital evolution—mean resonance—secular resonance—Symplectic Algorithm.