

# 伽利略卫星的平衡形状参数 和潮汐耗散因子

张承志

(南京大学天文系 南京 210093)

## 摘要

木星的四颗大卫星都是同步轨道卫星，常被称为伽利略卫星。美国发射的伽利略飞船自 1995 年 12 月抵达木星系统后，近几年来对木星的四颗伽利略卫星进行了一系列的探测。利用飞船探测的最新资料作为约束条件，建立了伽利略卫星的一组内部结构模型；然后按照同步轨道卫星的形状理论公式计算了它们的平衡形状参数及潮汐耗散因子等。

关键词 伽利略卫星 — 平衡形状参数 — 潮汐耗散因子

分类号 P185.48

## 1 背景介绍 [1~5]

1989 年 10 月 18 日美国成功发射了伽利略号飞船 (Galileo Spacecraft)，飞船于 1995 年 12 月 7 日抵达木星周围，开始对木星及 16 颗卫星进行近距探测。1996.06.27 和 1996.09.02 当飞船两次飞经木卫三 (Ganymede) 时，测定了它的外部重力场，导出了二阶 Stokes 系数，对其内部结构提供了约束条件；同时，飞船探测结果表明，木卫三具有磁场，这是人们事前未预见到的。依据这些新的发现，《Nature》(Vol.384, 12 Dec. 1996) 发表了一组 5 篇研究论文，并由行星科学家 D.J.Stevenson 撰写了评介文章<sup>[1]</sup>。文中画出了木卫三内部结构的剖面示意图，首次提出在木卫三冰壳下可能存在一厚度约为 850km 的流动海洋。

1997 年 11 月 W.B.McKinnon 综合伽利略飞船两年来的探测结果以及早期的空间探测资料，较全面地介绍了关于伽利略卫星的研究进展，论文发表在《Nature》上，文末列有 30 篇参考文献<sup>[3]</sup>。

1999 年 10 月《Science》上发表了 A.P.Showman 和 R.Malhotra 关于伽利略卫星研究进展的评述文章，收入了 122 篇参考文献<sup>[4]</sup>。

从大量新的探测结果中，我们尤为关注的是：经改进了的描述伽利略卫星的一组物理参数；除木卫三肯定存在海洋层外，又发现木卫二和木卫四表面冰层下都可能存在流动海洋。

表 1 列出了伽利略卫星的物理参数，它们可用作建立卫星内部结构模型的约束条件，而利用所建立的模型进而可计算出它们的形状参数等。

表 1 伽利略卫星的物理参数

参数	Io	Europa	Ganymede	Callisto
$M/10^{22}\text{kg}$	8.9319	4.800	14.817	10.762
$R/\text{km}$	1821.3	1560.7	2634.1	2408.4
$\omega/10^{-5}\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$	4.1106	2.0479	1.0164	0.43575
$C_{22}/10^{-6}$	559	131.5	38.18	10.5
$q/10^{-4}$	17.128	4.978	1.910	0.3694
$\bar{\rho}/\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$	3.52947	3.014	1.935	1.839
$I/MR^2$	$0.378 \pm 0.007$	$0.346 \pm 0.005$	$0.3105 \pm 0.0028$	$0.359 \pm 0.005$

## 2 伽利略卫星的内部结构模型

伽利略飞船的探测结果表明，木卫一与月球的内部结构相似，可以分为三层：外层为岩石圈，中间层为硅酸盐幔，中央有一个金属(Fe-FeS 或 Fe)内核；而其它三颗卫星的外层为水冰壳，里面依次为硅酸盐幔和金属内核。

假定在伽利略卫星的核与幔中流体静力学平衡条件均成立，从流体静力学平衡方程

表 2 木卫三模型的参数

层	参 数	木卫三模型			
		J III -01	J III -02	J III -03	J III -04
核	$\rho_0/\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$	5.15	5.15	5.15	8.00
	$p_0/\text{kbar}$	82.0	80.0	79.0	102.0
	$R_C/\text{km}$	1012.55	962.24	937.08	716.96
	$R_C/R$	0.384	0.365	0.356	0.272
	$M_C/M$	0.1498	0.1287	0.1189	0.0825
幔	$R_M/\text{km}$	1849.1	1849.1	1849.1	1849.1
	$\rho_M/\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$	3.0822	3.0782	3.0788	3.0893
	$M_M/M$	0.4602	0.4724	0.4784	0.5198
壳	$d_{S2}/\text{km}$	285.0	385.0	485.0	485.0
	$\rho_{S2}/\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$	1.544	1.448	1.359	1.331
总体	$d_{S1}/\text{km}$	500.0	400.0	300.0	300.0
	$\bar{\rho}/\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$	1.9364	1.9364	1.9363	1.9360
	$I/MR^2$	0.3032	0.3070	0.3097	0.3069

出发，易于导出 Emden 方程<sup>[6]</sup>：

$$\frac{1}{r^2 \rho} \frac{d}{dr} \left( r^2 \rho^{b-2} \frac{d\rho}{dr} \right) + \frac{4\pi G}{K_0} \rho_u^b = 0 \quad (1)$$

选取合适的边界条件后，可分别对核与幔求解(1)式，从而获得密度分布  $\rho(r)$  等。在解算过程中，利用  $\bar{\rho}$  和  $I/MR^2$  这两个约束条件由计算机筛选出若干个合理的模型，其中有代表性的列于表 2。

### 3 同步轨道卫星的形状理论

为了导出计算同步轨道卫星平衡形状的公式，选取原点位于卫星质心  $O$  的坐标系  $O-X_1X_2X_3$ ， $X_3$  轴取为形状轴(与自转轴重合)， $X_1$  轴指向木星的质心。卫星的外部重力势  $W$  可表为三项之和： $W = V + Q + V_t$  这里， $V$  是引力势， $Q$  是离心力势，而  $V_t$  是木星的引潮势。 $W$  可改写为：

$$W = \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{a_e}{r} \right)^{-3} q - \left[ \left( \frac{a_e}{r} \right)^2 J_2 + \frac{5}{6} \left( \frac{a_e}{r} \right)^{-3} q \right] P_{20}(\sin \varphi) + \left[ \left( \frac{a_e}{r} \right)^3 C_{22} + \frac{1}{4} \left( \frac{a_e}{r} \right)^{-3} q \right] P_{22}(\sin \varphi) \cos 2\lambda \right\} \quad (2)$$

式中  $q$  为一小参数，有

$$q = \frac{\omega^2 a_e^3}{GM} = \frac{n^2 a_e^3}{GM} = \frac{GM_J}{GM} \left( \frac{a_e}{d} \right)^3 \quad (3)$$

在自转形变和潮汐形变共同作用下，卫星的外表面为一等势面，其形状可用一三轴椭球体( $a > b > c$ )来表示。令极扁率  $e_1 = \frac{a-c}{a}$  和赤道扁率  $e_2 = \frac{a-b}{a}$ ，只保留  $e_1$  和  $e_2$  的一阶项，我们有<sup>[7]</sup>

$$a = R \left( 1 + \frac{1}{2} J_2 + \frac{3}{2} q + 3C_{22} \right) \quad (4)$$

$$\begin{cases} e_1 &= \frac{3}{2} J_2 + 2q + 3C_{22}, \\ e_2 &= \frac{3}{2} q + 6C_{22} \end{cases} \quad (5)$$

利用表 1 列出的物理参数( $C_{22}$ ， $q$  等)，按照(4)和(5)式就可以确定卫星的平衡形状(计算结果见表 3)。

表 3 伽利略卫星的平衡形状参数

	Io	Europa	Ganymede	Callisto
$e_1 \times 10^3$	7.89768	2.04757	0.68742	0.15788
$e_2 \times 10^3$	5.92326	1.53567	0.51556	0.11841
$e_0 \times 10^3$	4.93605	1.27973	0.42964	0.09867
$e_S \times 10^3$	1.94300	0.50690	0.16961	0.03077
$\delta e \times 10^3$	2.99305	0.77283	0.26003	0.06790
$a/\text{km}$	1830.73	1562.82	2635.32	2408.65
$b/\text{km}$	1819.89	1560.42	2633.97	2408.37
$c/\text{km}$	1816.27	1559.62	2633.51	2408.27
$a - c/\text{km}$	14.46	3.20	1.81	0.38

#### 4 伽利略卫星的潮汐耗散因子 $Q$ 值

如同太阳系中的其他天体一样，伽利略卫星是经历了潮汐演化的。描述一个天体对完全弹性体或流体偏移的物理量，是潮汐耗散因子  $Q$  值。沿椭圆轨道运动的同步自转卫星的潮汐能量耗散为<sup>[8]</sup>

$$\frac{dE}{dt} = \frac{21}{2} \cdot \frac{k_2}{Q} \cdot \frac{GM_J^2 ne^2 R^5}{a^6}, \quad (6)$$

当研究伽利略卫星的潮汐演化时，必须知道(6)式中的比值  $k_2/Q$ 。二阶洛夫数  $k_2$  以及  $Q$  值都是无法从观测资料直接导出的。但是，如果建立了卫星的内部结构模型，就可以估算出  $k_2$  的取值范围，并利用木星的  $Q_J$  定出伽利略卫星的  $Q$  值的合理取值范围。我们的计算结果列于表 4 中。

表 4 潮汐耗散因子以及耗散能量的估算值

	Io	Europa	Ganymede	Callisto
$k_2$	0.067	0.084	0.147	0.119
$Q$	17 ~ 50	210 ~ 620	12 ~ 35	270 ~ 810
$\frac{dE}{dt}/W$	$(8.3 \sim 24) \times 10^{12}$	$(7.1 \sim 21) \times 10^{10}$	$(2.0 \sim 6.0) \times 10^{10}$	$(1.6 \sim 4.8) \times 10^8$

#### 参 考 文 献

- 1 Stevenson D J. Nature, 1996, 384: 511
- 2 Anderson J D et al. Nature, 1996, 384: 541
- 3 McKinnon W B. Nature, 1997, 390: 23
- 4 Showman A P, Malhotra R. Science, 1999, 286: 77
- 5 Stevenson D J. Science, 2000, 289: 1305
- 6 Zhang C Z, Zhang K. Earth, Moon, and Planets, 1995, 69: 237
- 7 张承志, 张鸿. 南京大学学报(自然科学), 2001, 37: 38
- 8 Peale S J, Cassen P M. Icarus, 1978, 36: 245

## Equilibrium Shapes and Tidal Dissipation Factors of Galilean Satellites

Zhang Chengzhi

(Department of Astronomy, Nanjing University, Nanjing 210093)

### Abstract

Jupiter's four large moons, Io, Europa, Ganymede, and Callisto, are orbiting synchronously, and are all known as Galilean satellites after Galileo Galilei, who discovered them in 1610. NASA's Galileo spacecraft, which reached the Jupiter system in 1995, has deepened our understanding of Galilean satellites in the past few years. In this paper, we use the new geodetic data (see Table 1) to construct a series of models for the internal structure of Galilean satellites, and to calculate their parameters of equilibrium shape and the tidal dissipation factors .

**Key words** Galilean satellites—equilibrium shape—tidal dissipation factor