第 20 卷 第 2 期
2002 年 6 月

天 文 学 进 展
PROGRESS IN ASTRONOMY

Vol.20, No.2
Jun., 2002

相对论框架中的时间计量

韩 春 好

(中国科学院测量与地球物理研究所 武汉 430077)

(信息工程大学测绘学院 郑州 450052)

摘 要

介绍了原时、坐标时等相对论框架中时间计量的基本概念，讨论了时间尺度的基本定义与实现，如地球时 (TT) 、国际原子时 (TAI) 、时钟调整和时间比对等。

关 键 词 相对论 — 时间尺度 — 时间比对

分 类 号 O412.1, P129

1 引 言

时间作为基础物理量，在人们的日常生活、科学研究、经济建设、国防建设、军事行动及其它各领域中都有十分重要的意义。电信交通、航空航天、定位导航、信息技术以及物理学、天文学等都离不开精确的时间 (频率) 。因此时间在现代科学技术中的地位特别重要。为了满足科技发展的需求，世界各国都非常重视对时间频率的研究和时频服务系统的建设，特别是近 20 年，时频精度的提高呈指数发展的态势，大约每 5~10yr 就提高一个数量级。现在时间计量的精度已普遍好于 10^{-14} ，原子喷泉、离子阱等新技术可使时间的计量精度达到 10^{-17}[1] ，甚至更好。

全世界的时间参考标准是由国际计量局 (BIPM) 时间部 (前身为国际时间局 BIH) 确定的国际原子时 (TAI) 和协调世界时 (UTC) 。从 1973 年开始国际原子时直接用原子钟的时间比对数据进行计算得到。现在，分布在全世界几十个国家、 60 多个时频实验室约 300 台各种类型原子钟的时间比对数据，通过 GPS(全球定位系统) 时间传递技术和 TWSTFT(双向卫星时间频率传递) 技术定期传送到 BIPM 时间部。根据经典的原子时算法 (ALGOS) 进行加权平均得到自由时间尺度 EAL, 再用 6 台原始铯标准所确定的大地水准面 SI 秒对 EAL 进行频率校准得到 TAI 。目前 TAI 的准确度为 $0.2\times10^{-14}\sim0.6\times10^{-14}$ ，不确定度为 0.4×10^{-14} 。

高精度的观测必须有高精度的理论模型与之相适应。在地球附近空间，经典的牛顿理论

国家自然科学基金 (19773011) 资助课题

特约稿 2001-07-13 收到

所对应的时间计量只能精确到 10^{-8} ，远远不能满足精度要求，因此在相对论框架下研究时间的精确计量问题具有十分重要的意义。早在 20 世纪 70 年代初，天文工作者就开始在时间计量中考虑相对论效应。在 1976 年第 16 届 IAU 大会上做出决议 (IAU Recommendation 5) ，正式在天文学领域引进了相对论时间尺度。 1979 年第 17 届 IAU 大会进一步将所定义的相对论时标称之为 (太阳系) 质心力学时 (TDB) 和地心力学时 (TDT) 。 1985 年国际天文学联合会在列宁格勒召开了相对论天体测量与天体力学专题讨论会，有力地推动了相对论的应用研究，众多学者开始研究包括时间在内的时空参考系问题，试图从根本上将时空参考系纳入相对论框架 [1~30] 。 1989 年国际天文学联合会成立了参考系工作组并下设了时间分组，进一步讨论了相对论框架中关于时间的定义与实现问题。 1991 年 IAU 第 21 次大会决议 A4 给出了地心天球参考系 (GCRS) 和太阳系质心天球参考系 (BCRS) 时空度规形式，并引进了新的时标 —— 地心坐标时 (TCG) 和太阳系质心坐标时 (TCB) 。 1997 年 IAU 成立了天体测量与天体力学中的相对论工作组 [25] ，并与 BIPM 共同发起成立了时空参考系与计量学中的相对论联合委员会 (JCR)[22] ，使相对论在天文学和计量学中的应用研究得到进一步深化。在这两个国际组织的共同努力下，在 2000 年召开的 IAU 第 24 次大会上通过了新的关于时空参考系和时间尺度的决议，并建议在这一领域作更深入的研究，例如成立关于协调世界时 (UTC) 工作组等 [31,32] 。

2 原时与坐标时的概念

在相对论框架中，时间与空间的概念与牛顿力学有本质的差别。根据狭义相对论，时间和空间是相对的、统一的，既没有绝对的空间，也没有绝对的时间。对于存在相对运动的不同坐标系，与其相应的“时间”和“空间”是不一样的。换句话说，对于时空中发生的两个确定的事件，如果有两个相对运动的观测者拿着同样的“尺子”和“钟”来测量事件发生的空间距离和时间间隔，其结果是不相同的。其差异依赖于两个观测者的相对速度，相对速度越大，差异就越大。根据广义相对论，在引力场的作用下，时空不是平直的欧几里得空间，而是一个弯曲的 4 维伪黎曼空间 [33,34] 。

由于时空的同一性和弯曲性，时空的整体度量变成了十分复杂的问题。然而，对时空的测量在概念上却并不非常复杂。测量总是在观测者的局域时空中进行。在局域内，时间和空间不但可以分离而且可以看成是平直的，因此在观测者附近的局域时空范围内可以建立笛卡尔坐标系。这个笛卡尔坐标系就是与观测者相对静止的、并且相互垂直的三轴刚架。局域笛卡尔坐标系加上观测者所携带的“钟”，就构成了一个局域参考系。有了这个局域参考系，观测者就可以对其附近所发生的事件进行时间、距离和方向的测量 [35,36] 。这是我们十分熟悉的。

然而，在科学实践中仅有观测者局域参考系是远远不够的。要描述在大尺度时空中的物质运动，就必须建立与之相适应的全局坐标系。由于时空的非欧性，这种全局性的大尺度坐标系不可能满足笛卡尔坐标条件，同时，由于时空的统一性，时间和空间也不可能绝对分离。因此在广义相对论与狭义相对论中坐标系的概念有本质差别。人们很难在一般意义上给全局性的空间坐标和时间以明确的物理含义。

这样，在相对论框架中就产生了两类不同性质的“时间”。一类是用于观测者局域参考系

并可由观测者所携带的钟实现的时间，另一类是由全局坐标系中的时空度规所确定的、用来作为时间坐标的“类时变量”。其中由观测者所携带的理想钟所计量的时间称为观测者的“原时 (proper time) ”，全局坐标系中的“类时”坐标，称为“坐标时 (coordinate time) ”。

显然，原时是具有明确物理意义的，它可以根据“秒长”的定义由一个物理“时钟”或某种测量手段直接实现。坐标时却不具有这种属性，它只能根据由时空度规给出的数学关系，通过计算由原时间接得到。时空度规可通过求解爱因斯坦场方程得到 [36~39]，它不但依赖于时空引力场的质能分布，还依赖于时空坐标的选择。不同的坐标系可以选择不同的时间坐标和空间坐标。

3　后牛顿精度下的时空度规

由于爱因斯坦场方程的高阶非线性和质能分布的复杂性，一般不可能得到场方程的严格解。因此，在实际应用中所采用的时空度规都是在某种近似条件下得到的结果。所谓的后牛顿精度就是指由该度规所给出的物质运动方程只能精确到 c^{-2} [39]。根据国际天文学联合会第 24 届大会决议 (IAU Recommendation B 1.3, 2000)，太阳系质心和地心 (非旋转) 天球参考坐标系使用如下的时空度规形式 [31]：

$$\left.\begin{aligned} g_{00} &= -1 + \frac{2w}{c^2} - \frac{2w^2}{c^4} \\ g_{0i} &= -\frac{4}{c^3} w^i \\ g_{ij} &= \delta_{ij}\left(1 + \frac{2w}{c^2}\right) \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

其中 w 和 w^i 分别是引力场的牛顿势和矢量势。与该度规形式所对应的坐标时分别被称为 (太阳系) 质心坐标时 (TCB) 和地心坐标时 (TCG)。由于在无穷远处引力场可视为零，因此，在无穷远处参考系的坐标时等于相对于该参考系静止的观测者所计量的原时。

4　地球时 (TT) 与原时的关系

根据国际天文学联合会第 24 届大会决议 (IAU Recommendation B1.9, 2000)，地球时 TT(原地球力学时 TDT) 被重新定义为一个与 TCG 相差一比例常数的时标，即：

$$\mathrm{d}TT/\mathrm{d}TCG \equiv 1 - L_{\mathrm{G}},$$

其中 L_{G} 是一个定义常数，它源于大地水准面上的重力位 W_0。L_{G} 与 W_0 的关系可以表示为 (IAU Resolution A4, 1991)：

$$L_{\mathrm{G}} = W_0/c^2 = 6.969290134 \times 10^{-10}$$

由 TT 的定义可以看出，TT 是一种新的坐标时。根据 τ 与 TCG 之间的关系，在后牛顿精度

下，原时 τ 和地球时 TT 之间的关系可以表示为：

$$(\mathrm{d}\tau)^2 = \left[1 - \left(\frac{2(w - W_0)}{c^2} + V^2/c^2\right)\right][\mathrm{d}(TT)]^2, \tag{2}$$

即

$$\mathrm{d}\tau = \left[1 - \left(w + \frac{1}{2}V^2 - W_0\right)\ /c^2\right]\mathrm{d}(TT), \tag{3}$$

或者

$$TT = (\tau - \tau_0) + \frac{1}{c^2}\int_{\tau_0}^{\tau}(w + \frac{1}{2}V^2 - W_0)\mathrm{d}\tau, \tag{4}$$

式中 τ_0 为 $TT = 0$ 时的原时钟读数 (钟差)， V 是原子钟在 (非旋转) 地心参考系中的速度。积分项为时钟的相对论效应改正，其中速度项为狭义相对论效应，引力位项为广义相对论效应。

5 守时与比对问题

如上所述，原时虽然具有清晰的物理意义，但它随观测者的时空位置和速度而变化，只能在观测者的局域空间内使用，因此不能在全局时空中使用同一个“原时”时间；坐标时虽然没有明确的物理意义，但在参考系的整个时空范围内有定义。由于时空度规可以给出“局域”原时与“全局”坐标时的明确关系，因此参考系内任意“空间点”的坐标时都可以通过调整本地钟所实现的原时得到。

5.1 地面时钟的调整

对于地面上的钟，地面上任何一点的速度 $\boldsymbol{V}$ 都可以表示为地球自转角速度矢量 $\boldsymbol{\omega}$ 与地心向径 R 之积

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{R}. \tag{5}$$

因此

$$\begin{aligned} \omega + \frac{1}{2}\boldsymbol{V}^2 &= \omega + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{R})^2 = W \\ &\approx W_0 + \left.\frac{\partial W}{\partial h}\right|_P H = W_0 - gH. \end{aligned} \tag{6}$$

上式表明，对于地面上的任一点 P， $\omega + V^2/2$ 等于该点的重力位 W，而重力位 W 可以表示为海拔高 H(正高) 的函数。其中 g 为地面点的重力值。因此

$$\mathrm{d}\tau = [1 - (W - W_0)]\mathrm{d}(TT) \approx [1 + gH/c^2]\mathrm{d}(TT), \tag{7}$$

或者

$$TT = (\tau - \tau_0)(1 - gH/c^2). \tag{8}$$

显然，在大地水准面上，原时 τ 与地球时 TT 具有相同的钟速。由于国际原子时 (TAI) 的单位定义为大地水准面上的 SI 秒，因此， TAI 可以视为理想时标 TT 的具体实现。

$$TT = TAI + 32.184^{\mathrm{S}}.$$

对于地面上的 TAI 守时钟，由于不在大地水准面上 (H 不为 0)，理想时钟的钟速相对于 TT 并不为 0 。根据 (8) 式，要使 TT 或 TAI 的计量精度达到 10^{-15} ，高程 H 必须准确到 0.1m 。在实际应用中，由于所有参加守时的原子钟相对于理想钟都存在一定的固有钟速，因此由相对论造成的钟速并不需要单独进行改正。但是，对于决定 TAI 准确度的大铯钟，相对论钟速改正是必需的。

5.2 卫星钟的调整

对于卫星上的钟，由二体问题可知，

$$V^2 = GM_{\mathrm{E}}\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right). \tag{9}$$

式中 GM_{E} 为地心引力常数， a 是卫星的轨道半长径， r 是卫星向径。从而有：

$$w + \frac{1}{2}V^2 = GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{2a}\right). \tag{10}$$

由于

$$r = a(1 - e\cos E), \tag{11}$$

$$\int \frac{1}{r}\mathrm{d}r = \frac{1}{na}\int \mathrm{d}E, \tag{12}$$

$$E - e\sin E = M, \tag{13}$$

因此

$$TT = (\tau - \tau_0) + \frac{1}{c^2}\int_{\tau_0}^{\tau}\left\{\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{2a}\right)GM_{\mathrm{E}} - W_0\right\}\mathrm{d}(TT), \tag{14}$$

$$TT = \left[1 - \left(W_0 - \frac{3}{2}\frac{GM_{\mathrm{E}}}{a}\right)/c^2\right](\tau - \tau_0) + \frac{2}{c^2}\sqrt{aGM_{\mathrm{E}}}\cdot(\sin E - \sin E_0). \tag{15}$$

其中 M 、 E 、 e 分别是卫星的平近点角、偏近点角和轨道偏心率， n 是卫星平均角速度。(15) 式中第一项为长期项，第二项为周期项。为了避免卫星钟相对于 TT 的长期漂移，必须对卫星钟进行频率调整，即：如果卫星钟的基频为 f_0 ，则发射前应将其调整为

$$f = (1 - k)f_0. \tag{16}$$

其中

$$k = \left(W_0 - \frac{3}{2}\frac{GM_{\mathrm{E}}}{a}\right)\Big/c^2. \tag{17}$$

取 $GM_{\mathrm{E}}/c^2 = 0.443$ cm ， $W_0/c^2 = 6.969\times10^{-10}$ ，则

(1) 对于 GPS 卫星， $a = 2.661\times10^4$ km ， $k = 4.472\times10^{-10}$ ；

(2) 对于地球同步卫星， $a = 4.216\times10^4$ km ， $k = 5.551\times10^{-10}$ 。

5.3 时钟的比对问题

时钟同步要通过时间比对来完成。不同地点的时钟比对，除了与同时性的定义有关以外，还与信号的传播时延有关。由于光速和同时性的定义对于不同的坐标系是不一样的，因此在比

对过程中必须严格保证所使用坐标系的正确性。对于 TT 、 TAI 和协调世界时 (UTC) 的时间比对，必须采用非旋转地心参考系。这就需要给出光信号传播在该坐标系中所产生的时延。

设光由 r_1 、 t_1 传播到 r_2 、 t_2 ，则

$$\Delta t_{\mathrm{g}} \equiv (t_2 - t_1) - \frac{1}{c}|\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1| \tag{18}$$

被称为光在引力场中传播的引力时延改正。在后牛顿精度下，引力时延改正可以表示为 [14]:

$$\Delta t_{\mathrm{g}} = 2\mu \ln \frac{r_1 + r_2 + \rho_{12}}{r_1 + r_2 - \rho_{12}}. \tag{19}$$

其中 $\mu \equiv GM_{\mathrm{E}}$ 是地心引力常数， ρ_{12} 是两点间的空间距离。

6 结 束 语

根据以上讨论，在相对论框架中，有关“时间”的概念与经典意义相比有很大的不同，时间的定义和实现与所采用的参考坐标系有关，在处理这类问题时必须注意:

(1) 时间同时性的定义与所采用的坐标系有关，坐标原点相对运动的坐标系，其同时性定义一般是不同的。也就是说，在 A 坐标系中观测到同时发生的事件，在 B 坐标系看来不一定是同时发生的;

(2) 由于引力场的存在，大尺度时空范围内的时间和空间在一般情况下是不能绝对分离的，因此，在相对论框架下时间和空间坐标不一定具有明确的物理意义。通常所说的时间 (坐标时) 只是一种类时变量，其定义具有一定的任意性;

(3) 由理想原子钟所给出的时间是原时，是局域观测量。它与坐标时之间的关系可以由所采用坐标系的时空度规给出。这一关系既与时空引力场有关，也与时钟的运动状态 (位置和速度) 有关;

(4) 生产实践中所谓的时间一般是指某种坐标时 (如国际原子时 TAI 是理想时标地球时 TT 的实现) 。坐标时只能通过具体原子钟所给出的原时实现。为了使原子钟的读数与坐标时相同，需要对时钟进行钟速调整 (如卫星钟) ，而异地时钟之间的同步或比对也必须严格在规定的坐标系下进行才具有自洽性。

参 考 文 献

1 Guinot B. In: Johnston K J ed. Proceedings of IAU Colloq. 180, Dordrecht: Kluwer, 2000: 329
2 Guinot B. Astron. Astrophys., 1988, 192: 370
3 Brumberg V A. Essential Relativistic Celestial Mechanics, Bristol: Adam Hilger Bristol ,1991
4 Brumberg V A , Kopeikin S M. Nuovo Cimento B, 1989, 103: 63
5 Damour T, Soffel M, Xu C. Phys. Rev. D, 1991, 43: 3273
6 Damour T, Soffel M, Xu C. Phys. Rev. D, 1992, 45: 1017
7 Damour T, Soffel M, Xu C. Phys. Rev. D, 1993, 47: 3214
8 Damour T, Soffel M, Xu C. Phys. Rev. D, 1994, 49: 618
9 Fukushima T. In: Johnston K J ed. Proceedings of IAU Colloq. 180, Dordrecht: Kluwer, 2000: 417
10 Fukushima T *et al.* Celest. Mech., 1986, 36: 215

11 Johnston K J (ed.), Proceedings of IAU Colloq. 180, Dordrecht: Kluwer, 2000
12 Han C-H, Huang T-Y, Xu B-X. In: Lieske J H, Abalakin V K eds. Proceedings of IAU Symposium 141, 1990. 99
13 Han C-H, Xu B-X, In: Mueller I I, Kolaczek B eds. Developments in Astrometry and Their impact on Astrophysics and Geodynamics, Dordrecht: Kluwer, 1993: 407
14 Hellings R W. A. J., 1986, 91: 650
15 Huang T-Y, Han C-H, Yi Z-H *et al.* Astron. Astrophys., 1995, 298: 629
16 Huang T-Y, Zhu J, Xu B-X *et al.* Astron. Astrophys., 1989, 220: 329
17 Klioner S A. In: Johnston K J ed. Proceedings of IAU Colloq. 180, Dordrecht: Kluwer, 2000: 265
18 Kopeikin S M. Celest. Mech., 1988, 44: 87
19 Kovalevsky J, Mueller I I , Kolaczek B eds. Relativity in Celestial Mechanics and Geophysics, Dordrecht: Kluwer, 1989
20 Kovalevsky J, Brumberg V A eds. Proceedings of IAU Symp. 141, Dordrecht: Kluwer, 1990
21 McCarthy D. In: Johnston K J ed. Proceedings of IAU Colloq. 180, Dordrecht: Kluwer, 2000. 363
22 Petit G. In: Johnston K J ed. Proceedings of IAU Colloquium 180, Dordrecht: Kluwer, 2000: 275
23 Petit G, Wolf P. Astron. Astrophys., 1994, 286: 971
24 Soffel M H. Relativity in Astrometry, Celestial Mechanics and Geodesy, Berlin: Springer-Verlag, 1989
25 Soffel M. In: Proceedings of IAU Colloq. 180, 2000: 283
26 Tao J-H, Huang T-Y, Han C-H. Astron. Astrophys., 2000, 363: 335
27 Tao J-H, Huang T-Y. Astron. Astrophys., 1998, 333: 374
28 Tao J-H, Huang T-Y. Astron. Astrophys., 1998, 333: 1100
29 Tao J.-H, Huang T-Y, Yi Z-H. Astrophys. Spac. Sci., 1997, 254: 173
30 Wolf P, Petit G. Astron. Astrophys., 1995, 304: 653
31 Rickman H ed. Proceeding of the 24th IAU General Assembly, Dordrecht: Kluwer, 2000
32 金文敬，夏一飞，韩春好. 天文学进展， 2001, 19(2): 271
33 范岱年，赵中立，许良英编译. 爱因斯坦文集 (第二卷), 北京：商务印书馆， 1979: 85
34 张元仲. 狭义相对论实验基础，北京：科学出版社， 1994
35 韩春好，廖新浩. 见：陈俊勇主编. 大地测量学论文专集，北京：测绘出版社， 1999: 165
36 俞允强. 广义相对论引论，北京：北京大学出版社， 1997
37 Misner C W, Thorne K S, Wheeler J A. Gravitation, San Francisco: Freeman, 1973
38 Wald R M. General Relativity, Chicago: The University of Chicago Press, 1984
39 Will C M. Theory and Experiment in Gravitational Physics, Cambridge: Cambridge University Press, 1981

Time Measurement Within the Framework of Relativity

Han Chunhao

(Wuhan Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430077)

(Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, Zhengzhou 450052)

Abstract

Several basic conceptions of spacetime, such as proper time, coordinate time and synchronization, are introduced within the framework of relativity. The definitions and realizations of time scales are discussed. The relativistic adjustments of terrestrial and satellite clocks are given.

Key words relativity—time scale—synchronization