

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2015.02.04

# 红移畸变效应理论模型研究进展

郑 逸<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院 上海天文台 星系与宇宙学重点实验室, 上海 200030; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 星系红移巡天中的红移畸变效应是指由星系本动速度引起的, 观测到红移空间中星系成团性呈现各向异性的效应。它是很重要的宇宙学探针, 能够帮助我们重构宇宙结构形成的历史, 结合宇宙膨胀历史的研究, 我们可以打破暗能量模型和修正引力模型的简便性, 更精确地限制宇宙学参数。随着观测精度的提高, 下一代星系红移巡天 (DESI, Euclid, LSST 等) 有望将红移畸变效应测量的统计误差降低到 1% 左右, 然而目前红移畸变模型普遍都还有 5% ~ 10% 的系统误差, 因此, 红移畸变模型的精度已经成为这个领域发展的瓶颈。我们介绍了几个主流的红移畸变模型, 重点讨论每个模型中采用的假设及其局限性, 并提出进一步改进的方向。

**关 键 词:** 红移畸变; 结构增长; 本动速度

**中图分类号:** P157.2 **文献标识码:** A

## 1 引 言

根据宇宙学原理, 宇宙在大尺度上是均匀各向同性的<sup>[1]</sup>。但在星系红移巡天中, 所观测到的星系红移中除了宇宙学红移, 还有星系本动速度造成的多普勒红移, 这使得原本各向同性分布的星系在视线方向上被“拉扯”, 呈现出各向异性的分布特征, 这就是红移畸变效应。

红移畸变效应的大小取决于星系本动速度相对于宇宙膨胀速率的大小, 而星系本动速度大小反映了宇宙结构增长的快慢, 所以通过测量星系红移巡天中的红移畸变效应可以帮助我们了解宇宙结构增长的历史, 从而更好地甄别宇宙学模型和准确地限制模型参数。

红移畸变的重要性使得它成为下一代国际观测项目的主要科学目标之一, 未来 10 年我们对它的观测有望达到 1% 的精度, 这同时要求我们用来描述红移畸变效应的模型精度达到 1% 或更好。目前国际主流的红移畸变模型普遍都有 10% 左右的系统误差, 这已经成为该领域发展的瓶颈, 因此有必要对现有的模型进行梳理, 找出局限性的根源并作进一步讨论。

收稿日期: 2014-05-22; 修回日期: 2015-03-20

资助项目: 国家自然科学基金 (11025316, 11121062, 11033006, 11433001), 中科院“宇宙结构起源战略”研究计划 (XDB09000000)

通讯作者: 郑逸, zhengyi@shao.ac.cn

## 2 红移畸变效应的物理图像

本章描述红移畸变效应的物理图像，主要参考 Hamilton<sup>[2]</sup> 于 1998 年所写综述。

现代宇宙学的一个基本假设是宇宙学原理成立，这个原理假定我们所在的宇宙 (在大尺度上) 是均匀且各向同性的。基于这个假定，物理空间 (real space) 里星系的分布也应该是均匀各向同性的。

一个星系红移巡天中，星系在红移空间 (redshift space) 的位置由两个方位角和一个视线方向上的红移决定。星系的红移除了包括宇宙学红移，即星系发出的光子波长随背景宇宙的膨胀而拉长导致的红移，还包括星系本动速度造成的多普勒红移。假定我们拥有一个准确的宇宙学模型可以将星系红移正确地转化为星系与我们的距离，那么星系本动速度造成的多普勒红移会在星系的真实距离上叠加一个不可忽略的系统误差。如此观测到的星系三维位置其中一个维度 (视线方向上) 产生了“畸变”，导致我们观测到的星系空间分布呈现了各向异性的特征，即我们所说的“红移畸变效应”。

以一个星系团为例，如图 1。图中的点代表了正在掉落到星系团中心的“星系”，箭头的方向和长度表示它们本动速度方向和大小。星系在物理空间里分布在一个“球壳”上，它们在红移空间中的位置只被视线方向的本动速度影响，垂直视线方向的速度不影响星系的位置。在大尺度，一个下落球壳的本动速度造成的位移要小于它的半径，因此红移空间中球壳看起来变扁了，这个现象我们称为“挤压效应” (squashing effect) 或者 Kaiser 效应。在小尺度临近星系团中心处，势能转换为动能使球壳下落的速度过大，球壳形状在红移空间里看起来被“翻转”了，形成了长轴在视线方向上的椭球形状，这个效应我们称为“上帝之手”效应 (Fingers-of-God 效应，以下简称 FoG 效应)。

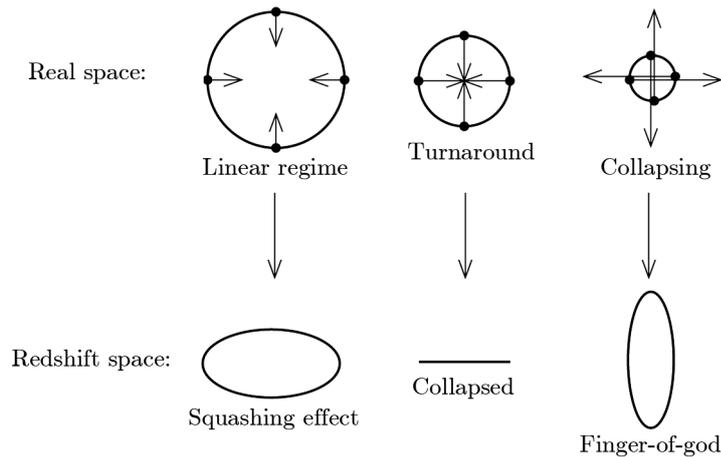


图 1 红移畸变形成过程的示意图<sup>[2]</sup>

结合这两种效应，星系团里原本球对称分布的星系在观测者看到的红移空间里就会形成如图 2 所示的分布。图 2 (a) 所示的是观测者位于图下方无穷远处的情形，这样望向所有星

系的视线方向都是“平行”的(以下称为平面平行假设),而星系分布的“畸变”也是“平面平行”的。图 2 (b) 所示的观测者位于图下方有限远处的小圆圈内,这时大尺度的 Kaiser 效应看起来像个倒过来的苹果,而小尺度的 FoG 效应在靠近观测者一侧比远离观测者一侧尖。

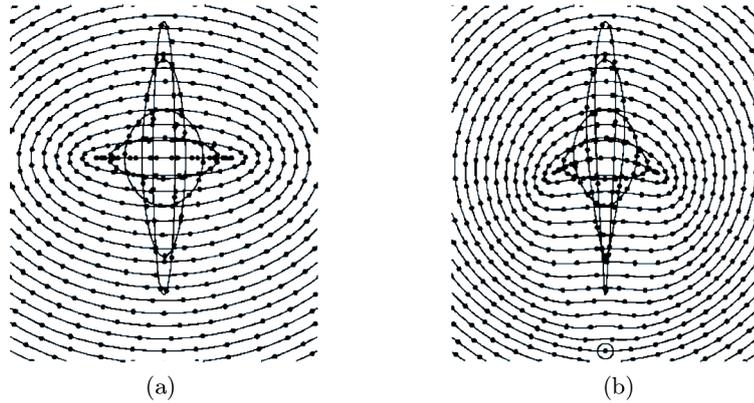


图 2 一个球对称分布的星系团在红移空间里看起来被扭曲了<sup>[2]</sup>

### 3 红移畸变效应的理论模型

在红移空间中,星系的位置  $\mathbf{x}^s$  可表达为:

$$\mathbf{x}^s = \mathbf{x} + \frac{v_z(\mathbf{x})}{H(z)} \hat{z}, \quad (1)$$

这里  $\mathbf{x}$  是星系在物理空间的位置,平面平行假设下视线方向取  $\hat{z}$  方向,  $v_z(\mathbf{x})$  是星系共动本动速度在视线方向的分量,  $H(z)$  是红移  $z$  处的哈勃常数。物理空间中,星系的功率谱只是模数大小  $k$  的函数,而红移空间中,星系分布呈现各向异性,其功率谱一定是  $k$  和  $u$  的函数,这里  $u = \cos \theta$ ,  $\theta$  是  $\mathbf{k}$  和视线方向的夹角。由于红移畸变由本动速度造成,红移空间物质密度功率谱是物理空间中物质密度场和速度场自相关和互相关功率谱的函数。

这一章首先概述红移畸变效应理论模型的演化,讨论现有模型的局限性和提高的空间,然后详细地探讨 3 个有代表性的红移畸变模型。

#### 3.1 红移畸变模型概述

本节概述红移畸变模型的演化并讨论现有模型的局限性和提高的空间,主要参考 Juliana Kwan 等人<sup>[3]</sup>2012 年的工作。

Roman Scoccimarro<sup>[4]</sup>在 2004 年推导出红移空间中完整的物质功率谱表达式:

$$P^s(\mathbf{k}) = \int \frac{d^3r}{(2\pi)^3} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \langle e^{ifku\Delta v_z/H} [1 + \delta(\mathbf{x})][1 + \delta(\mathbf{x}')] \rangle, \quad (2)$$

这里  $\mathbf{k}$  是波矢,  $\mathbf{r} = \mathbf{x}' - \mathbf{x}$ ,  $\Delta v_z = v_z(\mathbf{x}') - v_z(\mathbf{x})$ ,  $v$  是共动本动速度。这个公式在平面平行假设和单流体假设下是严格的,但是它包含了一些即使给定宇宙学参数也很难理论推导的物

测量 (如非线性的密度扰动  $\delta(\mathbf{x})$ ) , 因此直接用式 (2) 无法测量宇宙结构增长的速率, 需要做一些近似。

在线性近似下, 式 (2) 可以简化为著名的 Kaiser 公式<sup>[5]</sup>:

$$P^s(k, u) = (b + fu^2)^2 P_{\delta\delta}(k) , \quad (3)$$

其中,  $b$  是星系密度场相对于暗物质密度场的线性偏袒,  $P^s(k, u)$  是一个可分解为平行于视线方向和垂直于视线方向的二维功率谱, 它的各向异性区别于被红移畸变前各向同性的线性物质功率谱  $P_{\delta\delta}(k)$ 。推导 Kaiser 公式需要许多假设, 例如只考虑密度场和速度场的线性演化, 忽略它们的高阶项, 密度场和速度场关联不存在随机性, 等等, 因此它的应用范围仅限于宇宙大尺度。

为了更充分利用红移巡天数据包含的信息, 我们需要把红移畸变模型推广到更小的尺度, 为此人们提出了许多在准线性和非线性条件下有望成立的理论模型。Fisher 在 1995 年提出的公式 (streaming model, 流模型<sup>[6]</sup>) 中包含了一个描述 FoG 效应的指数衰减项  $e^{-(fku\sigma_v)^2}$ :

$$P^s(k, u) = e^{-(fku\sigma_v)^2} (b + fu^2)^2 P_{\delta\delta} , \quad (4)$$

这里  $\sigma_v^2 = [1/(6\pi^2)] \int P_L dk$  表征线性的速度弥散,  $P_L$  是线性功率谱。在 Kaiser 极限下, 式 (4) 中两项的乘积/卷积说明其考虑了在傅里叶/物理空间里密度和速度的联合概率分布, 并且假设成对速度分布函数是高斯的。

Fisher 的工作启发了人们用类似的方式处理 FoG 效应<sup>[7,8]</sup>, 例如在现有的衰减项上再加上一个由暗物质晕里的小尺度位力速度引起的衰减项。假设暗物质晕里星系随机运动是高斯的, 则衰减项是指数形式的<sup>[9]</sup>; 如果速度分布是指数形式的, 则衰减项是洛伦兹形式的。由此 Vincent Desjacques 和 Sheth 在 2010 年<sup>[10]</sup>提出:

$$P^s(k, u) = e^{-(fku\sigma_v)^2} V_{\text{vir}}(k, u) (b + fu^2)^2 P_{\delta\delta} , \quad (5)$$

这里  $V_{\text{vir}} = \exp[-(k\sigma_{\text{vir}}u)^2]$  (高斯形式) 或者  $V_{\text{vir}} = (1 + k^2\sigma_{\text{vir}}^2u^2)^{-1}$  (洛伦兹形式), 两种形式在一阶近似下是相同的。注意一般来说  $\sigma_v$  和  $\sigma_{\text{vir}}$  是不同的,  $\sigma_v$  描述了大尺度的物质流动, 例如暗物质晕等的整体运动 (bulk motion) 的速度弥散; 而  $\sigma_{\text{vir}}$  描述的是小尺度的运动, 例如星系在一个暗物质晕里的速度弥散。

然而, 式 (4) 和 (5) 在某种程度上是线性的, 因为它们假设密度场和速度场是完全关联在一起的, 即  $P_{\theta\theta} = f^2 P_{\delta\delta}$  和  $P_{\delta\theta} = f P_{\delta\delta}$ , 这里  $\theta = -\nabla \cdot \mathbf{v}/H$  是速度的散度。速度场与密度场非线性演化不同会带来非线性效应, 考虑该效应的模型是 Roman Scoccimarro 在 2004 年提出的拟设 (ansatz):

$$P^s(k, u) = e^{-(fku\sigma_v)^2} [P_{\delta\delta}(k) + 2fu^2 P_{\delta\theta} + f^2 u^4 P_{\theta\theta}] , \quad (6)$$

这里  $P_{\delta\delta}$ ,  $P_{\theta\theta}$  和  $P_{\delta\theta}$  是非线性的密度自相关功率谱、速度自相关功率谱和密度场与速度场互相关的交叉功率谱。速度弥散  $\sigma_v$  的定义与式 (4) 一样。Jennings 等人<sup>[11]</sup>证明, 如果我们确切

知道三个功率谱 ( $P_{\delta\delta}$ ,  $P_{\delta\theta}$ ,  $P_{\theta\theta}$ ) 的大小, 利用式 (6) 我们可以在  $k \leq 0.25 \text{ h} \cdot \text{Mpc}^{-1}$  的范围内得到对线性增长速率  $f$  精确到 0.64% 的测量, 但是问题的关键在于, 单单借助扰动, 理论上我们无法在非线性区域得到三个功率谱的准确值, 这限制了该模型的应用范围。

为了进一步提高模型的准确度, 人们主要利用扰动理论展开式 (2) 尖括号里的系综平均。最常用的扰动理论是标准扰动理论 (Standard Perturbation Theory, SPT), 即以尺度因子  $a$  的幂指数进行展开, 此外常用的扰动理论还有重整化的扰动理论 (Renormalized Perturbation Theory, RPT) 和闭合理论 (Closure Theory)。运用扰动理论需要注意: 每种扰动理论都是有其局限性的, 没有哪个绝对优于其他。扰动理论起作用的情况往往是在大体线性的前提下需要做一些小修正, 而且理论的有效区间在物理空间和红移空间不一样: 有些扰动理论在红移空间失效得比在物理空间更快。因此, 我们需要根据实际情况来决定运用哪种扰动理论。

扰动理论中加入了比 Kaiser 公式更高阶的项来描述非线性效应。标准扰动理论中高于线性项的是一圈修正项:

$$P(k) = P_L + P_{13} + P_{22} \quad , \quad (7)$$

这里  $P_L$  是线性功率谱,  $P_{13}$  和  $P_{22}$  是包含了  $\delta_k$  三阶项的模耦合项。红移空间里, 这些项表达为<sup>[12-14]</sup>:

$$P^s(k, u) = (b + fu^2)^2 P_L + (b + fu^2) P_{13}^s + P_{22}^s \quad . \quad (8)$$

式 (8) 里的两个模耦合项都包含额外的可以限制结构增长速率的信息。在拉格朗日扰动理论 (Lagrangian Perturbation Theory) 里, 上式变为<sup>[4]</sup>:

$$P^s(k, u) = e^{-k^2(1+f(f+2)u^2)\sigma_v^2} [(b + fu^2)^2 P_L + (b + fu^2) P_{13}^s + P_{22}^s + (b + fu^2)^2 P_L k^2(1 + f(f + 2)u^2)\sigma_v^2] \quad . \quad (9)$$

对以上的模耦合项进行计算, 相对比较简单。一旦我们试图计算更高阶的修正, 不同模间相互耦合造成的多重积分会使计算变得十分耗费时间, 甚至和运行一个数值模拟需要的时间相当。在做参数拟合时, 对参数空间的每组参数我们都需要计算一次红移空间中的星系功率谱, 因此, 太繁重的功率谱运算量会使参数拟合几乎不可能实现。这是扰动理论除了高阶发散外面临的另一个重大瓶颈。

把以上问题放在一边, 我们再来看另外一种扰动理论即闭合理论。一般的扰动理论里, 计算  $N$  点统计的方程总是包含更高阶的统计量, 这样方程就难以闭合。闭合理论是给出某种假设, 使得高阶的  $N$  点统计可以被低阶的统计量的微分所描述, 以此闭合方程得到方程的解。Atsushi Taruya 等人在 2010 年利用闭合理论得到了一个新的红移畸变模型<sup>[15]</sup>:

$$P^s(k, u) = e^{-(fku\sigma_v)^2} [P_{\delta\delta}(k) + fu^2 P_{\delta\theta} + f^2 u^4 P_{\theta\theta} + b^3 A(k, u, f, b) + b^4 B(k, u, f, b)] \quad , \quad (10)$$

这里  $A(k, u, f, b)$  和  $B(k, u, f, b)$  包含了密度场和速度场的高阶耦合, 虽然使公式变得更准确, 但是计算量非常大, 同样使参数拟合变得非常慢。

以上我们看到, 扰动理论对计算红移畸变效应至关重要, 但是它也有一个最大的缺点, 即非线性区域发散得很快。另一个非常重要的缺点是计算高阶项时扰动理论非常耗时, 今后的观测项目往往希望能同时限制多个物理参数, 过慢的拟合公式不适用今后的发展。由此人们试图另辟蹊径, 希望结合数值模拟来直接得到红移畸变效应的拟合公式<sup>[3]</sup>, 但是纯粹的拟合公式在物理概念上比较模糊, 很难解释宇宙学依赖的问题。一个比较好的解决办法是尝试把扰动理论和数值模拟拟合公式结合起来, 例如 Zhang13 的模型<sup>[16]</sup>, 既包含了必要的高阶项使公式更加准确, 高阶项的计算又由观测量和只有一个自由参数的拟合公式决定, 所需时间很少。这个有效改进源于人们从物理上更深入地了解本动速度场并对其进行了合适的分解, 细节会在下一节展开。

### 3.2 三个典型的红移畸变模型

本文主要介绍的三个红移畸变模型加上 Kaiser 公式, 可以放进一个唯象模型的框架里, 即红移空间里暗物质密度扰动的功率谱  $P_{\delta\delta}^s(k, u)$  表达为:

$$P_{\delta\delta}^s(k, u) = P_{\text{Kaiser}}(k, u)D_{\text{FoG}}[ku\sigma_v/H] \quad , \quad (11)$$

这里  $P_{\text{Kaiser}}(k, u)$  和  $D_{\text{FoG}}[ku\sigma_v/H]$  分别描述了 Kaiser 效应和 Figure-of-God (FoG) 效应, 两者对  $u$  的依赖体现了功率谱的各向异性。本文讨论的模型主要包括:

$$P_{\text{Kaiser}}(k, u) = \begin{cases} (1 + fu^2)^2 P_{\delta\delta}(k) & (\text{Kaiser87}^{[5]}) \\ P_{\delta\delta}(k) + 2fu^2 P_{\delta\theta}(k) + f^2 u^4 P_{\theta\theta}(k) & (\text{Scoccimarro04}^{[4]}) \\ P_{\delta\delta}(k) + 2fu^2 P_{\delta\theta}(k) + f^2 u^4 P_{\theta\theta}(k) + A(k, u) + B(k, u) & (\text{Taruya10}^{[15]}) \\ P_{\delta\delta}(k) \left(1 + f\widetilde{W}(k)u^2\right)^2 + u^4 P_{\theta_s\theta_s}(k) + C_G(k, u) + C_{\text{NG},3}(k, u) & (\text{Zhang13}^{[16]}) \end{cases} \quad (12)$$

$$D_{\text{FoG}}[x] = \begin{cases} \exp(-x^2) & (\text{高斯形式}) \\ 1/(1+x^2) & (\text{洛伦兹形式}) \end{cases} \quad . \quad (13)$$

这些模型从式 (1) 出发, 利用物理空间到红移空间的物质守恒, 研究了单流体假设下的红移畸变效应。红移畸变效应由速度场引起, 故研究的重点在于如何认识暗物质的本动速度场。各个模型对速度场进行了不同角度的阐释, 研究其自相关及与密度场的互相关对功率谱的影响, 最后得出了物理解释各不相同但数学上类似的结果。随着时间推移, 模型在 3 个方面进行了改进: (1) 认识到 Kaiser 效应和 FoG 效应不是独立的, 大尺度速度场除了整体抬高密度功率谱, 其弥散也会对功率谱造成压低, FoG 效应不止由暗物质晕里暗物质的位力速度决定<sup>[4,16]</sup>; (2) 认识到即使在很大的尺度上, 非线性演化也会破坏线性近似下密度场和速度场完全相关的事实, 给出了扰动理论中高阶项对 Kaiser 效应影响更准确的数学形式<sup>[4,15,16]</sup>; (3) 对 FoG 效应有了物理上更清晰的描述和更严格的数学阐释, 并且利用数值模拟确定其合理的数

学形式, 减少甚至完全避免了之前模型中为导出 Finger-of-God 效应做出的种种假设的不确定性<sup>[16,17]</sup>。

以下将依次讨论 Scoccimarro04, Taruya10 和 Zhang13 的工作, 突出讨论模型的局限性和改进的可能。

### 3.2.1 Scoccimarro04 模型

Scoccimarro04 的工作之前, Kaiser 公式一直被用来拟合观测数据, 虽然暗物质数值模拟结果表明, 在很大的尺度上 Kaiser 公式已不准确, 但是早期星系红移巡天信噪比较低, 观测统计误差大于 Kaiser 公式的系统误差。随着 2dF 和 SDSS 等更大的巡天项目的启动, 精度更高的数据需要更准确的理论模型来配合。

由物质守恒定律, 红移空间的密度扰动  $\delta^s$  和物理空间的密度扰动  $\delta$  符合:

$$(1 + \delta^s(\mathbf{x}^s))d^3\mathbf{x}^s = (1 + \delta(\mathbf{x}))d^3\mathbf{x} \quad (14)$$

对  $1 + \delta^s(\mathbf{x}^s)$  做傅里叶变换, 忽略只在  $\mathbf{k} = 0$  处不为 0 的三维狄拉克函数  $\delta^D(\mathbf{k})$ , 有:

$$\delta^s(\mathbf{k}) = \int [1 + \delta(\mathbf{x})] \exp\left[-i\frac{k_z v_z(\mathbf{x})}{H}\right] \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) d^3\mathbf{x} \quad (15)$$

定义两个场  $A$  和  $B$  之间的功率谱  $P_{AB}(\mathbf{k})$  为  $\langle A(\mathbf{k})B(\mathbf{k}') \rangle \equiv (2\pi)^3 \delta_{3D}(\mathbf{k} + \mathbf{k}') P_{AB}(\mathbf{k})$ , 我们有红移空间中暗物质密度功率谱  $P_{\delta\delta}^s$  的表达式:

$$P_{\delta\delta}^s(\mathbf{k}) = \int \left\langle (1 + \delta_1)(1 + \delta_2) \exp\left(i\frac{k_z \Delta v_z}{H}\right) \right\rangle \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d^3\mathbf{r} \quad (16)$$

这里  $\delta_{i=1,2} \equiv \delta(\mathbf{x}_i)$ ,  $\Delta v_z = v_{2z} - v_{1z}$  是成对本动速度场 (pairwise velocity field),  $\mathbf{r} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$ 。我们注意到, 除了平面平行假设和单流体 (Single streaming) 的假设, 式 (16) 是严格的, 包含了所有物质密度场、速度场的非线性演化和从物理空间到红移空间映射里非线性的部分, 现在的任务是如何准确计算积分里的系综平均  $\langle (1 + \delta_1)(1 + \delta_2) \exp(i k_z \Delta v_z / H) \rangle$ , 这里面包含了非线性的密度场  $\delta$ , 成对本动速度场  $\Delta v_z$  的自相关和互相关, 大尺度上这些关联会抬高功率谱, 造成 Kaiser 效应, 同时 e 指数项里包含了 FoG 效应的信息。Roman Scoccimarro 在文章里用大量的数值模拟结果告诉我们, 由于非线性演化造成的傅里叶模之间的耦合, 成对本动速度场在所有尺度上都是非高斯的, 因此想在所有尺度都准确计算系综平均非常困难, 最容易做的是在大尺度的近似下用扰动理论得出描述 Kaiser 效应近似的结果。对于 FoG 效应, 大多数工作都认为它是由小尺度的维里速度造成的, 故只是假设了某种速度概率分布函数形式, 然后推导出 FoG 效应的表达式, 是没有包含确定物理意义的唯象模型, 而 Roman Scoccimarro 和张鹏杰等人在文章中指出大尺度的 (成对/物理) 本动速度弥散也会造成 FoG 效应<sup>[4,16]</sup>, 张鹏杰等人还推导出了具有确切物理含义的 FoG 表达式, 这在下文会介绍, 我们先来看 Roman Scoccimarro 如何对式 (16) 进行微扰展开。

首先定义视线方向上的成对速度生成函数  $M(\lambda, \mathbf{r})$ ,

$$M(\lambda, \mathbf{r}) \equiv \frac{\left\langle e^{\lambda \Delta v_z} [1 + \delta(\mathbf{x})][1 + \delta(\mathbf{x}')] \right\rangle}{\left\langle [1 + \delta(\mathbf{x})][1 + \delta(\mathbf{x}')] \right\rangle} = \frac{\left\langle e^{\lambda \Delta v_z} [1 + \delta(\mathbf{x})][1 + \delta(\mathbf{x}')] \right\rangle}{1 + \xi(r)} \quad (17)$$

这里  $\lambda = ik_z/H$ ,  $\xi(r) \equiv \langle \delta(\mathbf{x}_1)\delta(\mathbf{x}_2) \rangle$  是密度场的两点相关函数。可以证明, 成对速度生成函数  $M(\lambda, \mathbf{r})$  与成对速度的概率分布函数  $\mathcal{P}(v, \mathbf{r})$  互为傅里叶变换关系:

$$\mathcal{P}(v, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{2\pi} \exp(-ik_z \Delta v) M(ik_z/H, \mathbf{r}) . \quad (18)$$

由此我们知道红移畸变效应完全决定于成对速度的生成函数  $M(\lambda, \mathbf{r})$  或者概率分布函数  $\mathcal{P}(v, \mathbf{r})$ 。我们研究大尺度的信息时, 两点间的距离远大于两点间速度差带来的相对位移, 即  $s_{\parallel} = x_{1\parallel}^s - x_{2\parallel}^s \approx r_{\parallel} \gg \Delta v_z/H$ , 因此可以“将物理空间对红移空间进行展开”, 有

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\Delta v_z; r_{\parallel}) &\approx \mathcal{P}(\Delta v_z; s_{\parallel}) + (r_{\parallel} - s_{\parallel}) \frac{d\mathcal{P}(\Delta v_z; s_{\parallel})}{ds_{\parallel}} + \\ &\frac{1}{2}(r_{\parallel} - s_{\parallel})^2 \frac{d^2\mathcal{P}(\Delta v_z; s_{\parallel})}{ds_{\parallel}^2} + \dots \end{aligned} \quad (19)$$

将式 (16) 到 (19) 结合起来, 忽略速度场非高斯的成分, 只保留线性项, 我们可以重复出 Kaiser 公式的结果:

$$P_{\delta\delta}^s(k, u) = P_{\delta\delta}(k) + 2u^2 P_{\delta\theta}(k) + u^4 P_{\theta\theta}(k) , \quad (20)$$

这里  $\theta \equiv -\nabla \cdot \mathbf{v}/H$  是本动速度场的散度。虽然形式相近, 但这个结果和 Kaiser 公式相比有两点很大的不同: (1) 推导过程计算了非线性演化和场的非高斯性带来的影响, 明确给出了在  $ku \ll 0.2 \text{ h} \cdot \text{Mpc}^{-1}$  范围内 Kaiser 极限可以成立这么一个 Kaiser 公式的适用范围; (2) 利用理论推导和数值模拟明确指出了即使在  $k < 0.05 \text{ h} \cdot \text{Mpc}^{-1}$  这样的大尺度范围, 非线性效应已经开始影响密度和速度场的演化, 并且对两个场的影响是不尽相同的, 使得线性理论下成立的  $f\delta = \theta$  关系不再成立, 因此我们要对  $P_{\delta\delta}$ ,  $P_{\delta\theta}$ ,  $P_{\theta\theta}$  三个功率谱分别计算和对待。Roman Scoccimarro 也在文章中给出了三个功率谱各自在标准扰动理论下的表达式, 作为红移畸变公式和宇宙学模型间的桥梁。

对于 FoG 效应, 文章只给出了高斯场大尺度近似下的结果, 虽然这个结果显然有问题, 因为成对本动速度的概率分布函数在所有尺度都是极端非高斯的。同时, 文章指出 FoG 项中的速度弥散  $\sigma_{v_z}$  不是一个拟合参数, 而是由原初功率谱和线性扰动理论计算得到; 这个处理一来是作者希望尽可能地从 FoG 效应中提取一些对限制宇宙学有用的信息, 二来也表明作者意识到大尺度的速度也会产生 FoG 效应。Scoccimarro04 给出的红移畸变公式如下:

$$P_{\delta\delta}^s(k, u) = \left[ P_{\delta\delta}(k) + 2u^2 P_{\delta\theta}(k) + u^4 P_{\theta\theta}(k) \right] \exp(-k_z^2 \sigma_{v_z}^2 / H^2) . \quad (21)$$

最后文章将式 (21) 和数值模拟中红移空间的暗物质密度功率谱进行了比较, 如图 3, 可以看到 Kaiser 公式有了明显的改进, 但是对处于中间角度的模给的抑制还不够, 因此还有改进的空间和必要。

### 3.2.2 Taruya10 模型

Taruya10 模型就是来填补 Scoccimarro04 模型可提升空间的, 因为随着观测水平的进步, 人们希望模型在更大的傅里叶模上可以有更好的准确性, 由此增加观测中可用的傅里叶

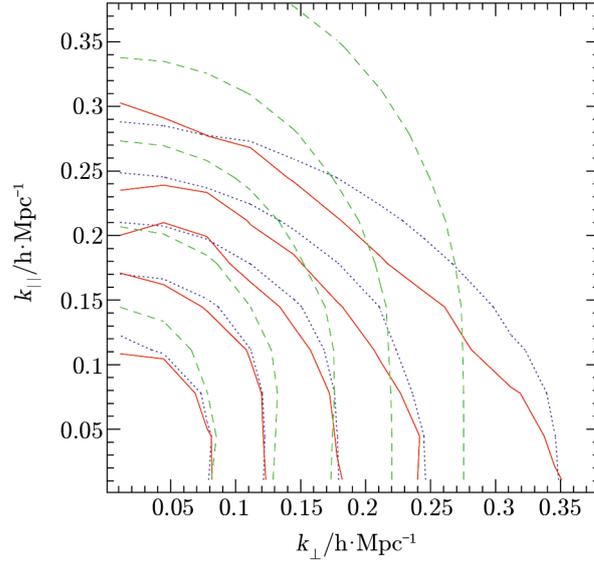


图 3 红移空间中暗物质的密度功率谱<sup>[4]</sup>

红色实线是数值模拟的结果, 绿色虚线是 Kaiser 公式的结果, 蓝色点线是 Scoccimarro04 模型的结果。

模, 显著地提高信噪比。Taruya10 模型改进的思路很简单, 就是在原有模型的基础上用扰动理论算到更高的阶数并准确地进行截断, 利用这些在模数比较大的地方作用显著的高阶项来弥补之前模型对真实功率谱的偏离。而对 FoG 效应的处理沿用了之前的惯例, 假设一个高斯或者洛伦兹形式的阻尼项, 并且把速度弥散作为一个拟合参数对待, 这对于 FoG 这样一个高度非线性的效应来说是合理的, 虽然很难说拟合出来的速度弥散有多少物理含义。

同样从式 (1) 和 (14) 出发, 可推得:

$$\delta^s(\mathbf{x}^s) = \left| \frac{\partial \mathbf{x}^s}{\partial \mathbf{x}} \right|^{-1} \{1 + \delta(\mathbf{x})\} - 1 = \frac{1 + \delta(\mathbf{x})}{1 + \nabla_z v_z / H} - 1 . \quad (22)$$

做傅里叶变换, 有:

$$\delta^s(\mathbf{k}) = \int \left[ \delta(\mathbf{x}) - \frac{\nabla_z v_z(\mathbf{x})}{H(z)} \right] \exp \left[ -i \left( \frac{k_z v_z}{H} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} \right) \right] d^3 \mathbf{x} , \quad (23)$$

进而得到红移空间暗物质的密度功率谱  $P_{\delta\delta}^s$ :

$$P_{\delta\delta}^s(\mathbf{k}) = \int \langle (\delta_1 + f \nabla_z u_{1z})(\delta_2 + f \nabla_z u_{2z}) \exp(-ik_z f \Delta u_z) \rangle \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d^3 \mathbf{r} , \quad (24)$$

这里定义  $u_z = -v_z / (Hf)$ , 且  $\Delta u_z = u_{2z} - u_{1z}$ 。

接下来我们对系综平均进行展开, 为方便, 将式 (24) 改写为:

$$P_{\delta\delta}^s(\mathbf{k}) = \int \langle e^{j_1 A_1} A_2 A_3 \rangle \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d^3 \mathbf{r} , \quad (25)$$

其中

$$\begin{aligned} j_1 &= -ik_z f \quad , \\ A_1 &= \Delta u_z \quad , \\ A_2 &= \delta_1 + f \nabla_z u_{1z} \quad , \\ A_3 &= \delta_2 + f \nabla_z u_{2z} \quad . \end{aligned}$$

根据累积展开定理 (Cumulant expansion theory) , 对一个随机的矢量场  $\mathbf{A} = A_1, A_2, A_3$  和任意的常数矢量  $\mathbf{j} = j_1, j_2, j_3$  , 有:

$$\langle e^{\mathbf{j} \cdot \mathbf{A}} \rangle = \exp \{ \langle e^{\mathbf{j} \cdot \mathbf{A}} \rangle_c \} \quad . \quad (26)$$

将  $\langle \exp(\mathbf{j} \cdot \mathbf{A}) \rangle$  连续分别对  $j_2, j_3$  求导, 然后让  $j_2 = j_3 = 0$  , 得到:

$$\langle e^{j_1 A_1} A_2 A_3 \rangle = \exp \{ \langle e^{j_1 A_1} \rangle_c \} [ \langle e^{j_1 A_1} A_2 A_3 \rangle_c + \langle e^{j_1 A_1} A_2 \rangle_c \langle e^{j_1 A_1} A_3 \rangle_c ] \quad . \quad (27)$$

将此式代入式 (25) 可得:

$$P_{\delta\delta}^s(k, u) = \int d^3 \mathbf{r} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \exp \{ \langle e^{j_1 A_1} \rangle_c \} [ \langle e^{j_1 A_1} A_2 A_3 \rangle_c + \langle e^{j_1 A_1} A_2 \rangle_c \langle e^{j_1 A_1} A_3 \rangle_c ] \quad . \quad (28)$$

从这个式子我们可以清楚地看到, 密度场和速度场如何关联在一起以及由此导致的 Kaiser 效应和 FoG 效应不相互独立的事实。文章认为表征 FoG 效应的指数项  $\exp \langle e^{j_1 A_1} \rangle_c$  主要由暗物质晕里的位力速度造成, 很难用扰动的手段处理, 故唯象地用  $D_{\text{FoG}}$  项来表征, 而对中括号里的表达式, 展开到  $j_1$  的二阶项可得

$$\begin{aligned} &\langle e^{j_1 A_1} A_2 A_3 \rangle_c + \langle e^{j_1 A_1} A_2 \rangle_c \langle e^{j_1 A_1} A_3 \rangle_c \simeq \\ &\langle A_2 A_3 \rangle + j_1 \langle A_1 A_2 A_3 \rangle_c + j_1^2 \left\{ \frac{1}{2} \langle A_1^2 A_2 A_3 \rangle_c + \langle A_1 A_2 \rangle_c \langle A_1 A_3 \rangle_c \right\} + \mathcal{O}(j_1^3) \quad . \quad (29) \end{aligned}$$

整理此式, 带入扰动理论的结果, 近似到功率谱的最低阶和次低阶, 我们得到 Taruya10 的红移畸变模型:

$$P_{\delta\delta}^s(k, u) = D_{\text{FoG}} [k_z \sigma_v / H] \left\{ P_{\delta\delta}(k) + 2u^2 P_{\delta\theta}(k) + u^4 P_{\theta\theta}(k) + A(k, u) + B(k, u) \right\} \quad , \quad (30)$$

这里  $A$  和  $B$  表达为:

$$\begin{aligned} A(k, u) &= j_1 \int d^3 \mathbf{x} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \langle A_1 A_2 A_3 \rangle_c \quad , \\ B(k, u) &= j_1^2 \int d^3 \mathbf{x} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \langle A_1 A_2 \rangle_c \langle A_1 A_3 \rangle_c \quad . \end{aligned}$$

如图 4 所示,  $A$  和  $B$  两个修正项对小尺度的功率谱有很大的影响, 因此, 我们拟合观测数据时有必要将他们考虑进来。而式 (30) 与数值模拟的比较结果见图 5, 可以看到 Taruya10 模型在  $k < 0.1 \sim 0.15 \text{ h} \cdot \text{Mpc}^{-1}$  范围内都有很好的准确性。

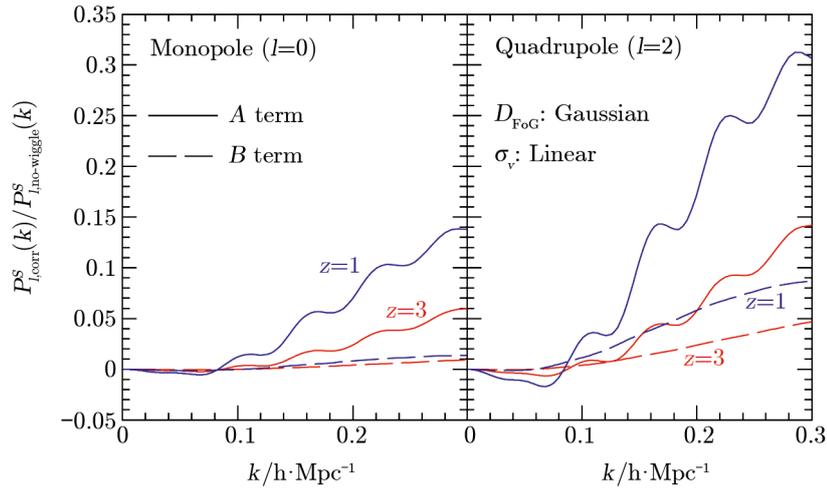


图 4 Taruya10 公式中 A 和 B 两个修正项与光滑物质功率谱的比值<sup>[15]</sup>

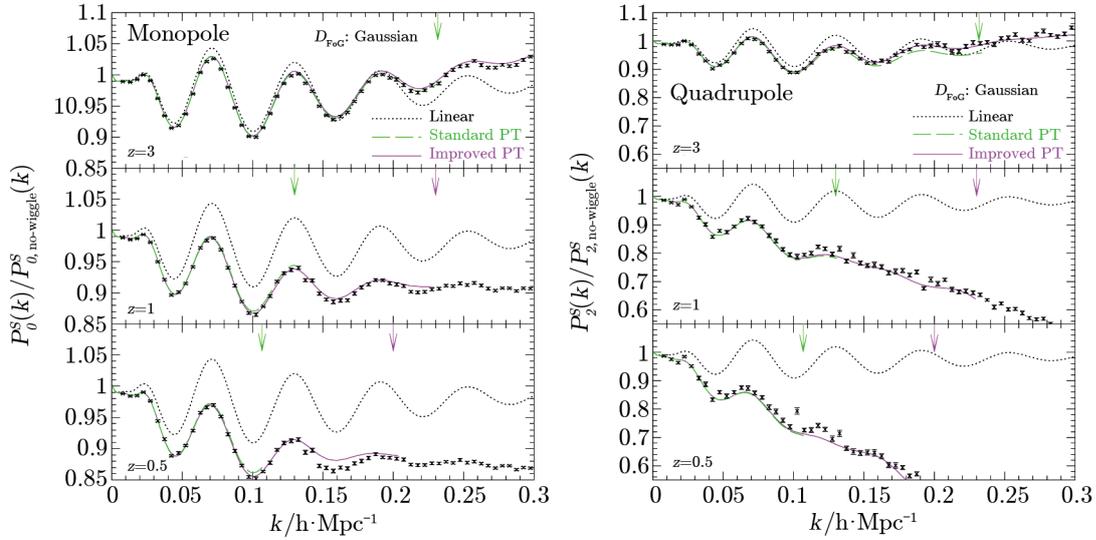


图 5 Taruya10 的红移畸变模型与数值模拟的比较结果<sup>[15]</sup>

黑色的差号表示数值模拟的结果。绿色和红色的实线分别表示用标准扰动理论和改进的扰动理论计算的 Taruya10 的模型。

### 3.2.3 Zhang13 模型

Taruya10 模型利用扰动理论将系综平均展开并计算高阶修正项，达到很好的效果，但是扰动理论在非线性区域失效，且理论计算带入很多自由参数并需要繁重的数值计算，降低了模型对宇宙学限制的能力。张鹏杰等人证明，利用适当的速度场分解的办法，可以给出一个自由参数少且准确的红移畸变模型<sup>[16]</sup>，并且不同以往，模型给出了 FoG 效应较明确的物理解释。

既然红移畸变模型的关键在于如何准确计算密度场和速度场的互关联, 我们可以想到把速度场分解为与密度场相关和不相关的两部分, 这样与密度场不相干部分的速度场就可以放到系综平均外面, 简化了计算。

具体说来, 首先我们对速度场  $\mathbf{v}(\mathbf{x})$  进行  $E/B$  分解,

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \mathbf{v}_E(\mathbf{x}) + \mathbf{v}_B(\mathbf{x}) \quad , \quad (31)$$

这里有  $\nabla \times \mathbf{v}_E = 0$  和  $\nabla \cdot \mathbf{v}_B = 0$ ,  $\mathbf{v}_E$  可以被它的散度  $\theta(\mathbf{x}) \equiv -\nabla \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x})/H \equiv -\nabla \cdot \mathbf{v}_E(\mathbf{x})/H$  来完全描述。在傅里叶空间里, 有  $\mathbf{v}_E(\mathbf{k}) = [\mathbf{v}(\mathbf{k}) \cdot \hat{\mathbf{k}}]\hat{\mathbf{k}}$  和  $\mathbf{v}_B(\mathbf{k}) = \mathbf{v}(\mathbf{k}) - \mathbf{v}_E(\mathbf{k})$ 。为了更好地描述密度场和速度场直接的关联, 我们将  $E$  模速度进一步分解,

$$\mathbf{v}_E(\mathbf{x}) = \mathbf{v}_\delta(\mathbf{x}) + \mathbf{v}_S(\mathbf{x}) \quad , \quad (32)$$

这里  $\mathbf{v}_\delta$  和  $\mathbf{v}_S$  都是无旋的 ( $\nabla \times \mathbf{v}_\delta = 0$  和  $\nabla \times \mathbf{v}_S = 0$ )。我们要求  $\theta_\delta \equiv -\nabla \cdot \mathbf{v}_\delta/H$  和密度场起伏  $\delta$  完全相关, 因此用“ $\delta$ ”作为它的下标, 傅里叶空间里他们的关系可表达为

$$\theta_\delta(\mathbf{k}) = \delta(\mathbf{k})W(\mathbf{k}) \quad . \quad (33)$$

由此有  $\langle \delta(\mathbf{k}')\theta(\mathbf{k}) \rangle = \langle \delta(\mathbf{k}')\theta_\delta(\mathbf{k}) \rangle = \langle \delta(\mathbf{k}')\delta(\mathbf{k}) \rangle W(\mathbf{k})$ , 参考功率谱的定义, 有

$$W(\mathbf{k}) = W(k) = \frac{P_{\delta\theta}(k)}{P_{\delta\delta}(k)} \quad . \quad (34)$$

由于我们假设宇宙是各向同性的,  $P_{\delta\theta}(\mathbf{k}) = P_{\delta\theta}(k)$  和  $P_{\delta\delta}(\mathbf{k}) = P_{\delta\delta}(k)$ , 所以  $W$  不依赖于  $\mathbf{k}$  模的方向。

此外, 我们要求  $\theta_S \equiv -\nabla \cdot \mathbf{v}_S/H$  和密度场完全无关, 即  $\langle \theta_S(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle = 0$ 。同样地, 对任何的  $\mathbf{k}$  和  $\mathbf{k}'$  都有  $\langle \theta_S(\mathbf{k}')\delta(\mathbf{k}) \rangle = 0$ 。 $\theta_S$  是密度速度场关系中随机性 (Stochasticity) 的来源, 因此我们用“ $S$ ”作为它的下标。

按照这样的速度分解方法, 式 (16) 可以简化为:

$$P_{\delta\delta}^s(k, u) = \int \{ \langle (1 + \delta_1)(1 + \delta_2) \exp \lambda_\delta \rangle D_S(k_z, \mathbf{r}) D_B(k_z, \mathbf{r}) \} \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d^3\mathbf{r} \quad . \quad (35)$$

函数  $D_S(k, \mathbf{r})$  和  $D_B(k, \mathbf{r})$  完全描述了  $\mathbf{v}_S$  和  $\mathbf{v}_B$  造成的红移畸变效应, 分别为

$$D_S(k_z, \mathbf{r}) \equiv \left\langle \exp \left( i \frac{k_z (v_{1z,S} - v_{2z,S})}{H} \right) \right\rangle \quad , \quad (36)$$

$$D_B(k_z, \mathbf{r}) \equiv \left\langle \exp \left( i \frac{k_z (v_{1z,B} - v_{2z,B})}{H} \right) \right\rangle \quad . \quad (37)$$

由于与密度场无关, 可看到  $\mathbf{v}_S$  和  $\mathbf{v}_B$  的贡献被移到了系综平均以外。对上式做围绕展开并积分, 最后我们可以得到一个新的红移畸变模型:

$$P^s(k, u) \simeq \left\{ P_{\delta\delta}(k) \left( 1 + f\widetilde{W}(k)u^2 \right)^2 + u^4 P_{\theta_S\theta_S}(k) + C_G(k, u) + C_{NG,3}(k, u) \right\} \times D_\delta^{\text{FoG}}(ku) D_S^{\text{FoG}}(ku) \exp \left[ -\frac{k^2 u^2 \sigma_{v_B}^2}{H^2} \right] \quad . \quad (38)$$

上式的第一行描述了 Kaiser 效应, 它的第一项  $P_{\delta\delta}(k) \left(1 + f\widetilde{W}(k)u^2\right)^2$  和传统的 Kaiser 公式  $P_{\delta\delta}(k) (1 + fu^2)^2$  相差了一个约化的窗函数  $\widetilde{W}(k)$ :

$$\widetilde{W}(k) \equiv \frac{W(k)}{W(k \rightarrow 0)} = \frac{W(k)}{f} = \frac{1}{f} \frac{P_{\delta\theta}(k)}{P_{\delta\delta}(k)}. \quad (39)$$

因此, 当我们用 Kaiser 公式拟合观测数据时, 真正测量到的其实是结构增长速率  $f$  和约化窗函数  $\widetilde{W}(k)$  的乘积  $f\widetilde{W}(k)$ 。如图 6 所示, 由数值模拟计算得出的  $\widetilde{W}(k)$  是一个从 1 开始往小尺度递减的函数, 这说明用 Kaiser 公式测到的结构增长速率比真实的  $f$  要小, 特别在红移  $z = 0$ ,  $k = 0.1 \text{ h} \cdot \text{Mpc}^{-1}$  处, 这个值低估了 10%, 在红移巡天中将是一个严重的系统误差。

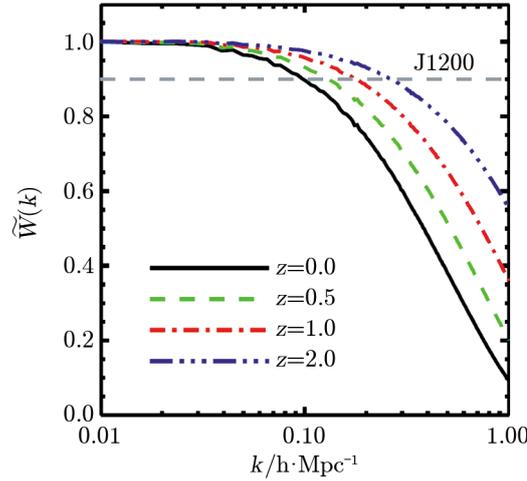


图 6 用数值模拟计算得到的  $\widetilde{W}(k) - k$  关系<sup>[17]</sup>

$\widetilde{W}(k)$  从  $k \rightarrow 0$  时的 1 衰变到  $k \rightarrow \infty$  时的 0。红移  $z \lesssim 0.5$  时,  $k = 0.1 \text{ h} \cdot \text{Mpc}^{-1}$  处有  $1 - \widetilde{W}(k) \gtrsim 10\%$ , 揭示了红移畸变宇宙学里一个严重的系统误差。

同时为了更好地拟合观测数据, 我们为  $\widetilde{W}(k)$  找到了一个只包含一个自由参数  $\Delta\alpha$  的拟合公式:

$$\widetilde{W}(k, z) = \frac{1}{1 + \Delta\alpha(z)\Delta_{\delta\delta}^2(k, z)}, \quad (40)$$

这里  $\Delta_{\delta\delta}^2 = k^3 P_{\delta\delta} / (2\pi^2)$ 。图 7 显示拟合式 (40) 在所有红移处, 红移畸变宇宙学感兴趣的尺度 ( $\Delta_{\delta\delta}^2 \leq 1$ ) 下都有小于 2% 的精度, 可以满足今后星系红移巡天的要求。

式 (38) 第一行后两项 Kaiser 效应高阶修正的首阶项表达为:

$$C_{G,4}(k, u) = \int \frac{d^3\mathbf{k}_1}{(2\pi)^3} P_{\delta\delta}(k_1) P_{\delta\delta}(k_2) \frac{k_{1z} k_{2z} k_z^2 W_1 W_2}{k_1^2 k_2^2} G(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2), \quad (41)$$

$$C_{NG,3}(k, u) = \int \frac{d^3\mathbf{k}_1}{(2\pi)^3} B_3(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}) \frac{k_{1z} k_z}{k_1^2} W(k_1) \left[ 2 \frac{k_z^2}{k^2} W(k) + 2 \frac{k_z k_{2z}}{k_2^2} W(k_2) - 1 \right], \quad (42)$$

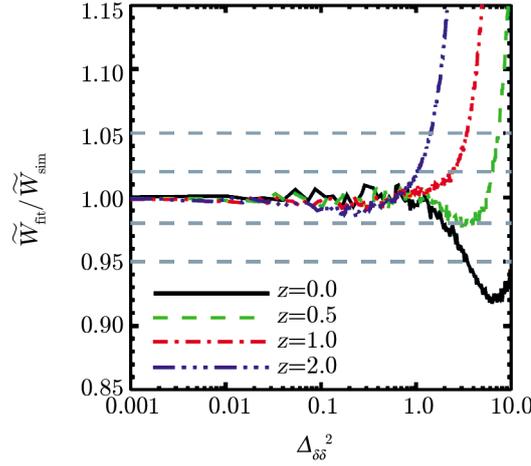


图 7 最佳拟合得到的 4 个不同红移处的  $\widetilde{W}_{\text{fit}}/\widetilde{W}_{\text{sim}}$  [17]  
 $\widetilde{W}_{\text{fit}}$  是最佳拟合式 (40) 得到的  $\widetilde{W}$ ,  $\widetilde{W}_{\text{sim}}$  是数值模拟测到的  $\widetilde{W}$ 。

这里  $\mathbf{k}_2 = \mathbf{k} + \mathbf{k}_1$ ,  $W_i \equiv W(k_i)$ 。函数

$$G = \frac{k_{1z}W_1/k_1^2}{k_{2z}W_2/k_2^2} - 1 + \frac{2k_{1z}k_zW_1}{k_1^2} + \frac{k_{1z}k_{2z}k_z^2W_1W_2}{2k_1^2k_2^2} . \quad (43)$$

由于物理空间的密度功率谱  $P_{\delta\delta}(k)$  和重谱  $B_3(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k})$  都是可观测量, 因此以上的修正项由窗函数  $W$  唯一决定, 没有增加任何的自由参数与模型不确定性, 这个性质相较于之前的模型是一个很大的进步。

式 (38) 的第二行描述了 FoG 效应, 三个速度场都对其有贡献。文章给出了 FoG 效应严格的表达式:

$$\sqrt{D_{\alpha}^{\text{FoG}}(k_z)} = \int_{-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{k_z v_{z,\alpha}}{H}\right) P_{\alpha}(v_{z,\alpha}) dv_{z,\alpha} , \quad (44)$$

这里  $\alpha = \delta, S, B$ ,  $P_{\alpha}$  是速度的一点概率分布函数。

利用累积量展开定理 (Cumulant expansion theorem), FoG 项可以展开为:

$$\sqrt{D_{\alpha}^{\text{FoG}}(k_z)} = \exp\left(-\frac{x}{2}\left[1 - \frac{K_4}{12}x + \frac{K_6}{360}x^2 + \dots\right]\right) , \quad (45)$$

这里  $x \equiv (k_z \sigma_{v_{\alpha}}/H)^2$ ,  $K_4$  和  $K_6$  是速度场的 4 和 6 阶约化累积量。

文献 [17] 利用数值模拟证明 (见图 8), FoG 项可以由高斯形式很好地拟合:

$$\begin{aligned} D^{\text{FoG}}(k_z) &\equiv D_{\delta}^{\text{FoG}}(k_z)D_S^{\text{FoG}}(k_z)D_B^{\text{FoG}}(k_z) \\ &\simeq \exp\left(-\frac{k_z^2(\sigma_{v_{\delta}}^2 + \sigma_{v_S}^2 + \sigma_{v_B}^2)}{H^2}\right) \simeq \exp\left(-\frac{k_z^2(\sigma_{v_{\delta}}^2)}{H^2}\right) . \end{aligned} \quad (46)$$

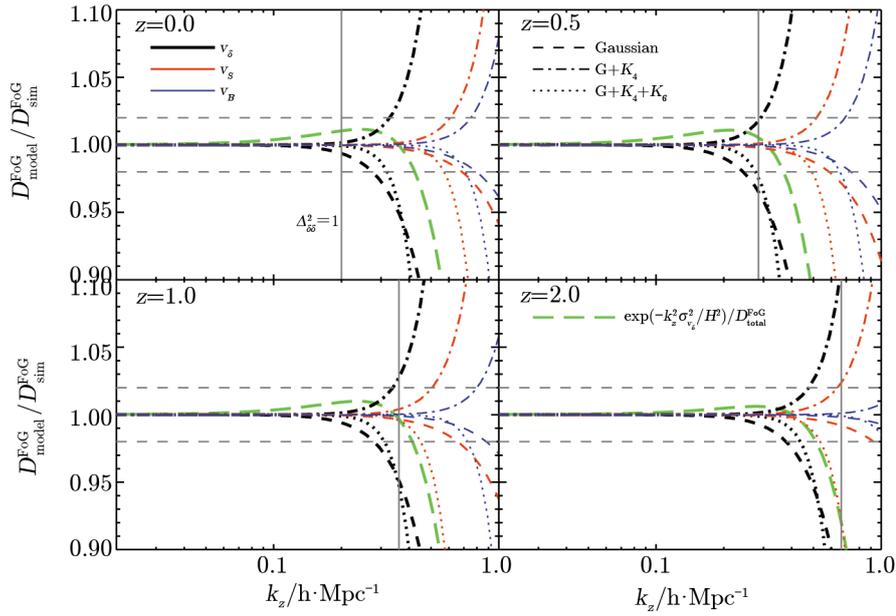


图 8 对 FoG 项不同近似方法的精度<sup>[17]</sup>

虚线代表式 (45) 中截断到第一项, 及高斯近似; 点虚线和点线分别代表式 (45) 中截断到第二项 ( $K_4$  项) 和第三项 ( $K_6$  项); 粗线、中粗线和细线分别代表对  $D_{\delta}^{\text{FoG}}$ ,  $D_S^{\text{FoG}}$  和  $D_B^{\text{FoG}}$  的拟合; 垂直的灰色线显示  $\Delta_{\delta\delta}^2 = 1$  的尺度。特别地, 绿色的虚线表示式 (46) 在  $k < 0.3 \text{ h} \cdot \text{Mpc}^{-1}$  的尺度上有 1% 的精度。

## 4 总结与展望

红移畸变是指由星系本动速度造成的红移空间中星系分布呈现各向异性的效应, 它与宇宙的结构增长密切相关, 可以帮助我们限制宇宙学参数, 判别不同的宇宙学模型, 在宇宙学尺度上验证广义相对论是否正确, 具有很高的学术价值。目前国际上对红移畸变理论模型的研究还处于百家争鸣的状态, 虽然大家对解决这个问题都比较乐观, 也有许多模型被提出和检验, 但还没有一个模型明显优于其他, 特别是相比较 10 年内会实施的第四代暗能量项目能达到的精度 (presicion), 目前所有模型的准确性 (accuracy) 都很差。因此红移畸变效应的模型研究依然需要大家付出更多的努力。

本文的主旨在于通过一些具体的例子探讨红移畸变模型发展的关键问题。描述红移畸变的复杂性在于效应里包含了太多非线性过程, 主要包括: (1) 密度场和速度场的非线性演化; (2) 从物理空间到红移空间的非线性映射; (3) 各种非线性过程累计起来的星系密度偏袒和速度偏袒问题。其中的关键点在于描述物理空间和红移空间之间的映射。这里理论上可行的做法首先是将红移空间的密度场对物理空间的密度场进行展开, 故扰动理论是必须的。不同的扰动理论有各自的优劣, 也有着共同的在非线性区域失效的局限性, 因此必须运用数值模拟测试扰动理论的可靠区域。而在测试时需要注意, 目前还没有公认特别好的在准非线性区域描述物理空间密度和速度场的扰动理论, 因此, 最好将数值模拟直接测得的物理空间功

率谱带入模型进行计算，以保证测试结果没有将上述 (1), (2) 两点混淆起来。这也是运用数值模拟的优势之一。而红移畸变效应里的非线性部分，特别是 FoG 效应，我们同样需要借助数值模拟来找到合理的拟合公式或者物理表达式。

总的说来，对红移畸变模型的推导不仅是单纯的数学展开那么简单，需要针对我们处理的物理量和物理尺度进行合理的假设，特别重要的是利用数值模拟对各种假设进行逐一的验证，搞清楚每一步假设的可行尺度，这样我们才能更有针对性地寻找更适合的扰动理论和更准确的 FoG 效应表达式，使得红移畸变模型变得更准确、更符合物理规律。

#### 参考文献：

- [1] Milne E A. ZAp, 1933, 6: 1
- [2] Hamilton A J S. The Evolving Universe. US: Astrophysics and Space Science Library, 1998: 231
- [3] Kwan J, Lewis G F, Linder E V. ApJ, 2012, 748: 78
- [4] Scoccimarro R. Phys. Rev. D, 2004, 70: 083007
- [5] Kaiser N. MNRAS, 1987, 227: 1
- [6] Fisher K B. ApJ, 1995, 448: 494
- [7] Jackson J C. MNRAS, 1972, 156: 1P
- [8] Sargent WL W, Turner E L. ApJ, 1977, 212: L3
- [9] Peacock J A, Dodds S J. MNRAS, 1994, 267: 1020
- [10] Desjacques V, Sheth R K. Phys. Rev. D, 2010, 81: 023526
- [11] Jennings E, Baugh C M, Pascoli S. ApJ, 2011, 727: L9
- [12] Heavens A F, Matarrese S, Verde L. MNRAS, 1998, 301: 797
- [13] Scoccimarro R, Couchman H M P, Frieman J A. ApJ, 1999, 517: 531
- [14] Matsubara T. Phys. Rev. D, 2008, 77: 063530
- [15] Taruya A, Nishimichi T, Saito S. Phys. Rev. D, 2010, 82: 063522
- [16] Zhang P, Pan J, Zheng Y. Phys. Rev. D, 2013, 87: 063526
- [17] Zheng Y, Zhang P, Jing Y, et al. Phys. Rev. D, 2013, 88: 103510

## Progresses on Galaxy Redshift Space Distortion Effect Modelling

ZHENG Yi<sup>1,2</sup>

(1. Key Laboratory for Research in Galaxies and Cosmology, Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Redshift space distortion (RSD) in galaxy redshift survey is a very powerful cosmological probe, through which we could study the structure formation history of our

universe. Combine the cosmological structure growth history with the expansion history, we could discriminate between different cosmological models, e.g. dark energy and modified gravity models. Currently many large galaxy redshift surveys, like 2dF, SDSS, VVDS, WiggleZ and BOSS, have measured the cosmological linear growth rate to the accuracy of about 5%. The stage IV dark energy projects like MS-DESI and Euclid have the ability to control the statistical error under 1%. It has become a bottleneck in the current RSD models that the systematic errors are still at 10%  $\sim$  15%, much larger than the statistical errors of future galaxy redshift surveys. In this paper we review the current RSD models, discuss their (dis)advantages and ways to improve them. In particular, we choose three typical models to discuss and compare with each other, through which we discuss the key points in RSD cosmology and its future application.

The main difficulty in modelling RSD effect lies on that this effect contains many non-linear procedures, respectively (1) the non-linear evolutions of the density and velocity field, (2) the non-linear mapping from real space to redshift space, (3) the complicated galaxy density bias and velocity bias problems. The key ingredient here is the mapping from real space to redshift space, for which we need to use perturbation theory to expand the redshift space density field using the real space density field. Different perturbation theories have their own advantages and disadvantages, and all of them become inaccurate at non-linear regime, so we should use simulations to test the available scales of the perturbation theories. During the test, we also find that there are no accurate enough perturbation theory for the real space density and velocity power spectra, so in order to make sure we clearly separate the previously mentioned (1) and (2) points, it is better to use the measured power spectra from simulation as input for the RSD models, and this is also an advantage of using simulations. As for the non-linear parts of RSD effect, in particular the FoG effect, the simulations also help us to find a physical and accurate fitting formula.

In conclusion, modelling RSD effect is not just a simple mathematical expansion, but a derivation which needs many physically reasonable assumptions. It is particularly important to test every assumption separately utilizing simulations and make sure the modelling is carried out in the applicable scale for each assumption, then we could more efficiently search for better perturbation theory and FoG fitting formula and finally make the FoG cosmology more physical and accurate.

**Key words:** redshift distortion; structure formation; peculiar velocity