

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2018.03.06

暗晕子结构的数值搜寻与统计性质

李昭洲^{1,2}, 韩家信³

(1. 中国科学院 上海天文台 星系与宇宙学重点实验室, 上海 200030; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;
3. Kavli IPMU (WPI), UTIAS, The University of Tokyo, Kashiwa, Chiba 277-8583, Japan)

摘要: 宇宙学数值模拟预言的暗晕及其子结构的统计性质, 被广泛应用于星系形成模型、近邻宇宙学、红移巡天、宇宙大尺度结构、引力透镜和暗物质搜寻等研究领域。在精确宇宙学时代, 随着天文观测能力的不断增长, 人们对模型精度提出了更高的要求, 因此, 数值模拟及其分析工具将继续起到不可替代的巨大作用。数值模拟中物质结构的性质往往与具体的搜寻算法有关, 从最初通过数值模拟发现子晕到现在的 20 年里, 结构搜寻算法有了极大的发展, 新算法不断涌现。了解不同数值搜寻算法的实现及其差异, 有助于分析模拟结果的系统差和不确定性, 增强研究的可重复性。通过总结现代子晕数值搜寻的基本方法, 并以几种典型的搜寻算法为例, 探讨了它们之间的异同, 及其对相关研究的影响; 回顾了子晕的基本统计性质, 包括质量函数、空间分布和密度轮廓等, 以及这些统计结果对搜寻算法的依赖。此外, 还讨论了重子物理的影响。

关键词: 数值模拟; 结构形成; 暗物质晕; 暗物质晕子结构; 半解析模型; 统计

中图分类号: P159.5, P142.9 **文献标识码:** A

1 引 言

过去 30 年中, 随着星系巡天和数值模拟的快速发展, 含宇宙学常数的冷暗物质模型 (Λ cold dark matter model, Λ CDM) 及其结构形成理论获得了巨大成功。根据这一理论, 星系在暗晕中形成, 暗晕通过吸积和并合增长。无论是在观测还是数值模拟中, 人们发现并合开始后, 较小的暗晕并不会马上瓦解, 而是以子结构的形式存在相当长的一段时间。这种较小的暗晕就是所谓的子晕 (subhalo), 其中所包含的星系就是卫星星系; 较大的暗晕称作寄主晕 (host halo), 包含中央星系。

子晕与许多重要的天体物理问题紧密相关^[1]: 子晕包含卫星星系, 对星系形成模型、

收稿日期: 2017-10-16; 修回日期: 2018-03-28

资助项目: 国家自然科学基金 (11222325, 11033006, 11320101002, 11533006, 11621303); 中国科学院新兴与交叉学科布局试点项目 (KJCX2-EW-J01); 国家 973 项目 (2015CB857003); 上海市人才发展资金资助项目 (2011069); 上海市重点实验室 (11DZ2260700); 日本学术振兴会科研资助 (JP17K14271)

通讯作者: 李昭洲, lizz.astro@gmail.com

星系成团性等研究很重要, 如半解析星系模型^[2-4]、暗晕占据分布模型^[5-7]、子晕丰度匹配^[8-10]等。子晕还涉及与观测直接相比较, 如与本星系群的卫星星系数目和空间分布、星系的中心密度轮廓等比较, 以在小尺度上检验 Λ CDM 宇宙学框架^[11, 12]; 通过动力学过程加热恒星盘与星流^[13], 子晕会影响中央星系的形态; 暗晕中子结构的存在会引起引力透镜的流量异常和时延^[14-20], 还会增强弱引力透镜的信号^[21, 22]。此外, 子晕还是观测暗物质湮灭信号的最佳候选对象^[23, 24]。因此, 数值模拟给出的子晕统计性质, 对于解答这些问题是不可避免的。

精确宇宙学 (precision cosmology)^[25, 26] 要求我们对暗晕及其子结构的性质有更深刻的理解和更细致的预测。在数值模拟中, 物质结构的性质往往与具体搜寻算法有关, 了解不同数值搜寻算法的实现及其异同, 有助于我们分析模拟结果的系统差和不确定性, 增强研究的可重复性。

限于主题和篇幅, 本文主要关注数值模拟对子晕统计性质的预言及其不确定性, 也会在相关处简要提及子晕的理论模型和观测限制。第 2 章将以几种影响较大的搜寻算法为例, 介绍子晕数值搜寻的基本方法, 并讨论它们之间的差异及对应用的影响。第 3 章将回顾子晕的基本统计性质, 包括质量函数、空间分布、密度轮廓等, 以及这些统计结果对搜寻算法和重子过程的依赖。第 4 章作总结与展望。

2 子晕的数值搜寻

通过宇宙物质密度场演化的线性理论及其扩展 (如密度峰统计^[27]、随机游走模型^[28-30]等), 可以预言结构形成与演化的许多性质, 如暗晕的质量函数、暗晕前身晕的质量函数等。然而, 暗晕的坍缩和并合包含了各种复杂的动力学过程, 如动力学摩擦和潮汐剥离等, 很难用解析方法精确处理, 因此, 数值方法对研究暗晕内部结构必不可少。

人们发展了各种程序, 来模拟宇宙物质密度的演化^[31]。随着算法的改进和硬件的进步, 数值模拟达到了越来越大的模拟体积和动态范围。然而, 数值模拟的原始数据还不能直接与观测比较, 其原因如下: (1) 原始数据常包含数以十亿计的粒子, 不便于计算分析, 需要对数据作进一步提炼; (2) 物质密度分布并不能被直接观测, 我们看到的实际上是结构 (如星系、星系团) 的分布, 因此, 结构搜寻成为现代数值模拟的标准后处理 (post processing) 流程, 暗晕与子晕目录 (catalog) 成为标准输出。在千亿粒子模拟的时代, 为了节约存储、传输带宽和后续计算资源, 一种做法是在模拟计算过程中同时进行结构搜寻等后处理流程, 直接输出暗晕目录, 而不再存储原始数据^[32]。显然, 这要求后处理过程必须完备可靠, 不能丢失任何重要信息。

历史上, 最早只有两种标准结构 (或者说暗晕) 搜寻算法: 球形过密度 (spherical overdensity, SO)^[28, 30] 和朋友链 (Friends-of-Friends, FOF)^[33]。20 世纪 90 年代开始, 算法数目才逐渐增多。早期数值模拟中暗晕并合后迅速融合为整体, 而观测上本星系群与近邻星系团均有数量可观的子结构 (卫星星系/成员星系), 这一矛盾就是所谓的过并合 (overmerging) 疑

难。2000 年前后,随着模拟精度的提高,研究者开始在模拟暗晕中发现大量子晕^[34-36],子晕搜索算法也随之受到关注。这时,问题转为观测到的子结构数与模拟预言相比太少,即存在失踪的卫星星系(missing satellite)问题^[36],这也是标准宇宙学模型的小尺度疑难之一^[11, 12]。随着硬件水平的提高,以及高精度数值再模拟(zoom-in re-simulation)^[37-39]的发展^[40, 41],在 2010 年左右涌现了大量原理各异的新算法,其中部分方案在网络上公开^[42-44]。目前,人们更多地把精力集中在测试评估^[45-47]、维护和改进现有方案上。

本章主要回顾数值模拟中子晕的搜寻算法,及其不同算法间的差异和不确定性。

2.1 子晕的定义

暗晕和子晕的定义决定了它们各方面的性质,也决定了如何在数值模拟中对它们进行搜寻,还决定了如何理解观测结果。暗晕和子晕的结构都是延展分布的,且没有明显的边缘,目前还没有公认的理想定义,因此,需对暗晕和子晕的结构与演化进行更深入的研究。关于暗晕及其质量的定义已有很多相关讨论^[48-55]。Han 等人^[43]总结了子晕的主要特征,具体为:(1) 子晕是暗晕中局部高密度区域;(2) 子晕应该是自束缚的,这样在动力学上才有重要性;(3) 子晕在并入寄主晕之前是独立的暗晕。

以上三个特征对应着位形空间、相空间(即位形空间 + 速度空间)和时间三个方面的信息。大部分关于子晕的搜寻算法都会利用其中一个或几个特征来搜索,我们据此将搜寻算法分为三类:位形空间算法、相空间算法(即同时考虑位形和速度空间)和追踪算法。它们的优缺点也很大程度上由所属类别所决定。不同搜寻算法有各自的实现方式,也可以说,它们对子晕有自己的操作定义,输出的结果存在差异也在预料之中。到底哪种方案更加具有物理依据还有待回答。这也是本文要探讨的问题。

另外,暗晕在并合成为子晕时,并不会立即失去它原有的子结构,因此,有的子晕还会有自己的子晕,甚至子晕的子晕。这样的嵌套关系可能达到多层^[37]。好的子晕搜寻算法不仅应该能分辨出多层级的子晕,同时还要记录它们的嵌套关系。

2.2 搜寻算法的基本流程

本节主要介绍由搜寻算法生成子晕目录的一般步骤。大致来说,子晕搜寻最核心的两个步骤是:(1) 收集候选粒子;(2) 移除候选粒子中非束缚粒子,直到子晕完全自束缚。在具体的搜寻方法中,可能合并或省略某些步骤,实现细节也各不相同。在后面小节中,会结合具体的算法对此加以讨论。实际上,其中的很多差异反映了我们对暗晕和子晕的理解不同,因此,仍然需要深入研究。

2.2.1 定位与候选粒子收集

定位暗晕和子晕主要有三种方案:(1) 找出密度峰作为候选结构的中心;(2) 直接按密度阈值选择粒子;(3) 追踪前身结构。前两种都需要找出局部高密度区域,这里的密度可以是位形空间密度,也可以是相空间密度。

前面提到,历史上最早被提出的两种暗晕搜寻方法是 SO^[28, 30]和 FOF^[33],它们正好对应前两种方案。SO 法是指从密度峰开始以球形区域向外扩展搜寻,直到球内的平均密度达到指定值。FOF 法是指把间距小于指定连接长度(linking length)的粒子团块“链”在一起,

被链接在一起的粒子团块就是独立的暗晕。用该方法本质上是找出指定的等密度面内的结构。尽管寻找子晕要复杂很多, 这两种方法仍几乎是所有方法的基础。

类 SO 法需要寻找局域密度尖峰作为候选结构的中心。人们常用平滑粒子核 (smoothing kernel) 密度估计^[56]、自适应网格细分 (adaptive mesh refinement)^[42]、沃罗努瓦网格 (Voronoi tessellation)^[57] 等方法计算局域密度, 再搜寻极值点, 并围绕这一中心选择候选粒子。类 FOF 法是通过给定连接长度划定边缘密度, 直接生成候选粒子列表。此外, 还因为类 FOF 法的计算速度快, 对暗晕形状没有特殊裁剪, 因此, 可以作为其他算法的初步输入。另外, 也有人采用混合方案, 比如从密度峰开始, 用 FOF 链向外扩展生成结构。由于子晕处于寄主晕中, 子晕一般以等密度面为界限与寄主晕区分开, 因此, 基于位形空间的算法会有较陡峭的外缘密度轮廓^[43, 58]。

追踪算法不需要搜索高密度区域, 只需直接取上个时刻子晕中的粒子集合作为候选体, 局部高密度就会自动满足。这种方法可避免寄主晕粒子的污染, 这是其天然优势。然而更新候选粒子集时必须采用一定的策略^[43] 才能在长时间内保持稳定追踪。

候选粒子收集是不同算法中最具独特性的步骤。除上面提到的这些方案外, 还有若干细节要考虑, 例如, 是否要将子晕的粒子也计入它的寄主晕? 即不同暗晕的粒子集是否互斥?

2.2.2 束缚检验

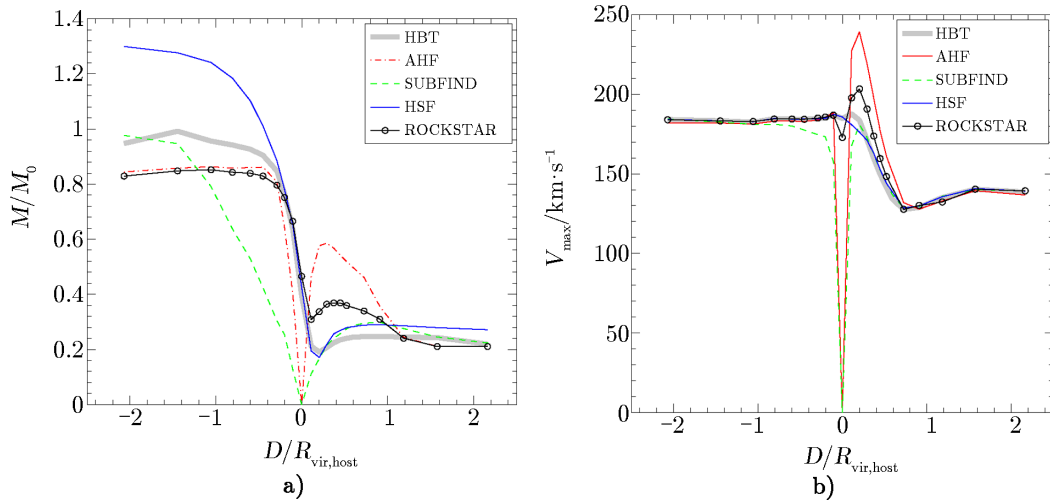
大部分流行算法都会进行束缚检验, 计算候选子晕中各粒子所处的引力势场和逃逸速度, 然后逐步移除不被束缚的粒子并更新势场, 直到所有粒子都被束缚。不被束缚的粒子从当前结构中移除后, 可能加入到附近其他结构的候选列表中去。这一过程中, 首先要定义中心和整体速度, 作为束缚检验工作的参考系。像暗晕的定义一样, 由于没有公认标准, 不同的算法往往采用不同的中心和速度, 比如, 可以取密度最高点、最束缚粒子, 或核心区域的重心等作为中心。

束缚检验对位形空间算法尤其重要, 因为子晕与寄主晕在位形空间中是重叠的^[59], 束缚检验可以有效减少寄主晕粒子的污染。某种意义上说, 带束缚检验的位形空间的算法, 是准相空间搜寻算法。

由于子晕在寄主晕的引力势中运动, 束缚检验可能导致质量估计的前后不一致^[60], 如子晕穿越寄主晕中心区域时, 某些成员粒子可能暂时不被束缚, 但在其后时刻将再次被束缚 (见图 1)。一种改进搜索算法的思路是, 从动态视角来看粒子的束缚性。在子晕里存留过若干倍动力学时间的粒子可以视为束缚的^[1], 但这方面还有待进一步探索。此外, 有些问题并不要求暗晕的子结构是自束缚的, 如引力透镜和星流 (即子晕残骸)。

2.2.3 质量与边界判定

质量是暗 (子) 晕最基本, 也是最重要的性质。如前面所讨论的, 目前暗晕没有公认的良好定义, 这给质量判定带来了难题。暗晕的边界如何定义? 是否要包含非束缚的质量? 是否要包含其子结构? 这些都没有标准答案。在使用子晕数据目录时, 需要注意其使用的质量定义是否适用于要解释的科学问题, 比如, 利用引力透镜研究暗晕质量轮廓时, 应当把所有质量成分都包括进来。



注: a) 子晕的束缚质量 M (以合并前的位力质量 M_0 为单位) 随两者距离 D (以寄主晕位力半径 $R_{vir,host}$ 为单位) 的变化。两晕间距离随时间由负值变为正值。b) 子晕最大旋转速度 V_{max} 随两者距离的变化。

图 1 不同算法在近心次并合下的表现^[43, 45]

一般认为,暗晕是位力化的结构,但它的边界是向外延展的,不存在明显的边界。除束缚质量外,另一种常用的质量定义是位力质量或 SO 质量^[30],它从中心向外扩展球面边界,使其所围区域的平均密度达到位力密度^[61]或其他指定密度。尽管位力质量(边界)的定义基于球坍缩模型,有研究发现,暗晕的位力质量在密度轮廓没有变化时,将显示出虚假的演化^[50, 53, 62, 63]。某些算法(如 AHF^[42, 67])对子晕质量和边界也采用 SO 定义,但这可能会人为地使子晕变圆。这在研究子晕形状时应避免。还有些算法会根据背景环境定义子晕的潮汐半径和相应质量。

因为质量对边界的定义很敏感,且存在诸多不确定性,作为替代,人们常采用最大旋转速度 V_{max} 来衡量暗晕大小。暗晕的最大旋转速度可以较好地反映暗晕内部的势阱,有较好的物理依据^[45, 64],相对不易受边界判定的影响,且较容易与观测到的星系旋转曲线相比较,也较少受到质量潮汐剥离的影响,与星系的性质相关性更强。这在子晕丰度匹配、星系半解析模型中非常有用。但因为 V_{max} 处在暗晕较内部的位置,较易受到数值分辨率的影响,且对子晕搜寻算法的细节,如中心的定义仍然是有依赖的。另外, V_{max} 也容易被重子物理过程改变^[65],因而采用不同亚网格(sub-grid)算法的流体模拟的结果可能有显著差异。值得指出的是, V_{max} 并不能很好地反映暗晕外围或整体的质量分布,因而不太适用于引力透镜、子晕间的相互作用、子晕对恒星盘的加热等问题。

2.2.4 追踪

暗晕在模拟中不会凭空出现或失踪,引入时间维度可以为暗晕搜寻提供额外信息和约束,提高精度和稳定性。有的算法直接采用了追踪方法来搜寻子晕,如 HBT^[43, 66], MHT^[67], SURV^[68]等算法。其他算法也可以借时间信息来进一步完善样本^[69]。有时子晕在经过暗晕高

密度区域时无法被发现,但在之前和之后的时刻都会出现,因此,可以通过追踪算法把它补回来,得到更自洽连贯的子晕演化历史。这一步可以与并合树 (merger tree) 构建联合起来。另一个重要应用是“孤儿星系”^[10, 56, 70, 71],即子晕瓦解或低于分辨极限后,可用追踪算法继续追踪子晕核心粒子的位置和速度^[66]。这可能对半解析模型有帮助。

2.3 若干流行算法简介

本小节重点说明核心算法及其对应用的影响。我们在位形空间、相空间、追踪这三类子晕数值搜寻算法中各取几个典型算法加以介绍,并在表 1 中总结了各算法的主要特征。这里介绍的算法大部分可以在网上找到源码,目前网络上开放数据下载的数值模拟也多采用其中的一种或几种^[41, 72, 73]。

表 1 若干影响较大的子晕数值搜寻方法及其主要特征

算 法	搜索空间	定位方法	束缚检验	质量定义	文献
SUBFIND	位形	核密度估计	是	互斥	[56]
AHF	位形	自适应网格细分	是	包含	[42,67]
HSF	位形 + 速度	核密度估计	是	互斥	[74]
VELOCIRAPTOR	位形 + 速度	粗粒度相空间密度	是	互斥	[75]
ROCKSTAR	位形 + 速度	层级 FOF	是	包含	[44]
HBT	位形 + 时间	追踪	是	互斥	[43,66]

SUBFIND (subhalo finder) 是经典的子晕搜寻算法,也是影响力最大的算法,被多种大型数值模拟采用^[37, 39, 41, 73]。它在输入的 FOF 暗晕中,寻找高密度且自引力束缚的区域,并将其作为子晕。它使用平滑粒子的自适应核密度估计方法 (adaptive kernel interpolation) 计算各个粒子的局部密度,并根据近邻粒子的密度定义峰点和鞍点。按密度从高到低,依次遍历 FOF 团块中所有粒子:(1) 如果它本身就是峰点,就给它分配新的结构;(2) 如果与比它密度高的近邻粒子属于同一个结构,则把它也分配到该结构;(3) 如果与它的高密度近邻粒子分属两个结构,说明它是一个鞍点。第三种情况下,其中较小的结构停止生长,我们将它记录为子晕候选体,并视其为较大结构的子晕;较大结构继续生长。用这种方式找到的子晕的边缘是密度鞍面,有较清晰的截断。随着密度逐步降低,我们还可找到嵌套的子晕,即子晕的子晕。最后是束缚检验。我们以最束缚的候选粒子为中心,先对小质量子晕进行束缚检验,其中不束缚的粒子将被加入到上级子晕的候选粒子列表中。输出结果中的子晕是互斥的,不包含公共粒子。对于寄主暗晕,将使用 SO 方法计算其位力质量。

AHF (Amiga halo finder) 的原名为 MHF (MLAPM halo finder)^[67],其搜寻方法是,先使用自适应网格细分法按密度由低到高逐层构建网格等级树 (grid hierarchy tree),并将最顶层的细网格,即密度峰作为候选子晕的中心。从各个密度峰开始,增加各个候选子晕的大小,逐层向下并入更粗的网格。当某层网格包含两个子晕时,较小的子晕停止生长。以两晕距离的一半为半径,作球状区域,其内为它的候选粒子集。较大的子晕则继续生长。所有子晕的候选粒子集拟定后,接着递归地作束缚检验,去除不束缚粒子,再计算 SO 质量。AHF 算法

只有一个自由参数, 网格细分过程中最细网格包含的粒子数一般取 3 或 4。AHF 可以自然地搜寻嵌套子晕, 子晕的粒子同时也会被当作寄主晕或上级子晕的一部分。由于 AHF 允许子晕边界越过密度鞍点, 因此子晕质量可能比 SUBFIND 算法中的稍大。

HSF (hierarchical structure finder) 算法中, 粒子将被分配到相空间局域密度极大值的点为中心的结构, 具体方法上与 SUBFIND 类似, 只是 HSF 是在相空间中操作。它首先使用自适应的平滑粒子核方法计算相空间中的密度及其梯度, 并按局域密度从高到低遍历所有粒子。如果它本身是极值点, 就生成新的结构, 否则观察离它最近的两个更高密度的粒子, 并判断: 如果两者属于相同结构, 则把它也加入此结构; 如果两者分属不同结构, 说明这个粒子是鞍点, 也就是这两个结构的边缘。这时再看两个结构的质量大小, 若相差显著, 则较小的是子晕, 大的是寄主晕或上级子晕, 并把鞍点密度以下的粒子归入更大的结构; 若两者质量相当, 这些粒子将被重新分配。此外, 还将计算各个鞍点的统计显著性, 以排除单纯的泊松涨落。完成这些步骤后, 就得到子晕的等级树。最后的步骤与 SUBFIND 算法类似。HSF 可以直接用于整个数值模拟空间, 但为并行考虑, 也可以先用 FOF 把空间分为离散团块, 再分别应用 HSF 来定义子晕。

VELOCIRAPTOR 的原名为 STF (structure finder)。它的搜寻原理是, 子结构的局地速度分布会明显与寄主晕背景粒子的平均运动不同。其搜寻过程分为两步: 在速度空间找出运动学上显著的粒子, 再用类似 FOF 的方法把它们连接起来。为此, 首先计算各粒子运动学上的显著性, 即先在位形空间找出 256 个最近邻粒子, 再从中选出在速度空间最近邻的 32 个粒子, 然后用核方法估计局地速度空间密度 $f_{\text{loc}}(\mathbf{v})$, 并与背景平均密度 $f_{\text{bg}}(\mathbf{v})$ 相比较, 找出离群点。然后将这些离群点连接为团块。不同于一般的位形空间或相空间中的 FOF 的连接长度, VELOCIRAPTOR 连接两个粒子 (标号为 i, j) 的标准是:

$$\begin{cases} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^2 < b^2 \\ 1/\mathcal{V}_r \leq v_i/v_j \leq \mathcal{V}_r \\ \frac{\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_j}{v_i v_j} \geq \cos \theta_{\text{open}} \end{cases}, \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j$ 分别为这两个粒子的位置和速度; $b = 0.2$, 是物理连接长度; $\mathcal{V}_r \approx 2$, 是速度比的阈值; $\theta_{\text{open}} \approx 20^\circ$, 是速度张角阈值。搜索子晕时, 要进一步做束缚检验, 中心采用最内部 10 个粒子的重心。该算法的优点是, 搜索速度空间的计算量要小于搜索六维相空间的计算量; 去除束缚要求后, 算法还可以用于搜索星流。

ROCKSTAR (robust overdensity calculation using K-space topologically adaptive refinement) 是基于相空间的结构搜寻器。这是当前较受关注的算法之一, 被近来部分大型数值模拟所采用^[72, 76]。它先在位形空间使用连接长度为 $b = 0.28$ 的 FOF 生成主晕团块。对每个主晕, 在相空间中逐步自适应地减小连接长度来搜寻嵌套的候选子晕, 直到候选子晕中的质量占到主晕质量的指定比例 (如 70%) 为止。这里, 两个粒子 (i, j) 在相空间中的间隔 d 定义为:

$$d = \left[\frac{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)^2}{\sigma_v^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

其中, 归一化因子 σ_x^2 和 σ_v^2 分别是候选子晕中粒子的位置和速度的标准差。这种定义使得归一化因子是自适应的, 免于人为指定额外参数。与其他相空间 FOF 算法相比, 这是一大改进。接下来, ROCKSTAR 将 FOF 候选子晕转换为暗晕, 以嵌套子晕中最深的层级作为核心, 把各个粒子分配到相空间中离它最近的核上去。最后, 再使用所有粒子的势, 来进行解束缚。中心采用泊松误差最小的 FOF 层级的质心。

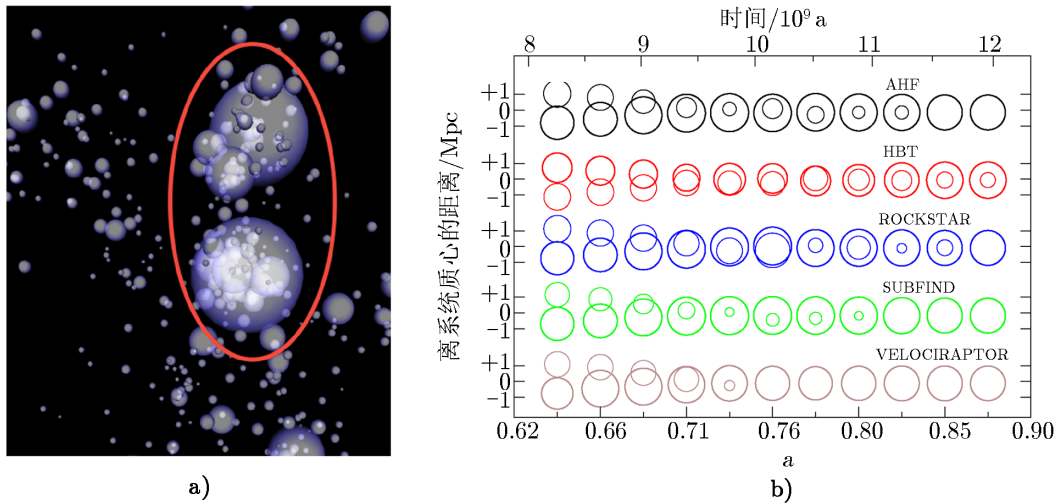
HBT (hierarchical bound-tracing) 是一种追踪算法。基于 FOF 算法输出的团块目录, HBT 算法可在各个红移处寻找新产生的暗晕, 然后持续地追踪这些暗晕在后来各时刻的位置和质量, 记录其演化历史。用 HBT 算法能记录子晕的层级关系, 并按层级进行束缚检验。为了克服因动力学交互或数值效应带来的扰动, 以便长时间可靠地追踪子晕, HBT 允许在某时刻因不束缚被移除的粒子, 在稍晚重新被吸积回子晕, 以得到稳定自洽的子晕质量。追踪算法的内禀优势, 使 HBT 不受寄主晕粒子的干扰, 在高密度区域仍能可靠地找出子晕, 构建自洽的并合树。更新版本的 HBT+^[66] 改进了轨道衰减的并合机制、计算速度和存储格式。它还可以结合 VELOCIRATOR, 通过改变束缚判据, 扩展成星流搜索算法^[77]。可以预见, HBT 作为不多的成熟追踪算法, 在未来将引起研究者的更多重视。

2.4 比较与评论

在使用数值模拟研究子晕性质之前, 我们必须先考虑以下问题: 子晕样本是否会依赖暗晕搜索算法? 不同搜索算法的结果之间是否可以比较或转换? 由于各种算法各自采用不同的方法来搜寻子晕, 故其输出可能有所不同。是否为最佳算法需依科学目标而定, 且因目前还没有公认完善的子晕定义, 因此, 很难评价哪个算法更好。不过, 还是可能从自洽性等标准出发, 从一定程度上判断算法的优劣。无论如何, 了解这些差异有助于理解结果中的不确定性与潜在偏差。

因为子晕与寄主晕在位形空间中是重叠的, 所以, 基于位形空间的搜寻算法会遇到混合问题。一般来说, 位形空间算法给出的子晕质量较其他算法要低一些^[43], 特别是在寄主晕中心区域^[43, 45], 但这也取决于具体算法筛选候选粒子集的保守程度。由于背景密度很高, 子晕的密度反差不明显, 因此, 只能找出子晕的核心部分, 或者根本无法找到子晕。主并合更是个挑战, 当质量相近的两个暗晕靠近时, 其成员粒子的分配具有很大的随意性。这可能使得主晕与子晕的地位反复交换, 在不同时刻得到互相矛盾的结果, 从而导致并合树中产生错误或断裂的连接^[43, 47, 78, 79]。即便是在相空间搜寻算法中也可能遇到类似问题(见图 2)^[80]。

Knebe 等人^[1] 通过系统比较发现, 对于不同搜寻方法都能找到的那分子晕, 其位置、速度和子晕最大旋转速度 V_{\max} 的算法一致性好于 1%, 质量的算法一致性约为 3%。因为不同算法采用的子晕定义不同, 得出的自旋和形状差异接近 20%。不过, 每个算法还会各自找到一些其他算法所找不到的子晕, 因此, 综合起来, 质量函数或 V_{\max} 分布函数实际上相差约 20%。各算法不能同时找到的子晕通常质量较小。在较外围区域里质量较大的子晕一般都能被发现, 且有相对一致的属性, 但这一质量下限尚无定论。有研究者称, 子晕中至少应包含 20 ~ 40 个^[45, 46], 或 100 个^[1], 或 1 000 个^[81] 粒子。上面所讨论的是子晕整体样本, 没有反映出子晕离寄主晕中心距离的影响。实际上, 对寄主晕内部区域, 不同算法的结果差异很大^[43, 45, 66](见图 1 和第 3.2 节), 因此, 在计算寄主晕核心区域中的子结构分布(如引力透镜)



注: a) 并合前时刻的示意图, 其中椭圆实线内为目标暗晕; b) 横轴 a 为宇宙尺度因子, 每个刻度对应一个快照时刻, 圆圈表示各算法在不同快照时刻找到的暗晕半径大小, 其中粗线圆圈为算法判定的主晕。

图 2 不同算法在主并合下的表现^[80]

时应予以考虑。

一般认为, 子晕由于其外部质量被剥离, 比独立暗晕的形状更接近球形。用不同算法找到的子晕形状差异较大, 主要是因为不同算法的粒子收集和边界定义很不相同。位形空间算法因为有密度截断, 密度轮廓外缘较陡, 形状也相对较圆^[37, 43], 而采用 SO 定义的算法 (如 AHF) 直接采取球形边界。

如果考虑子晕随时间的演化, 算法的特点和性能差异更明显。下面两个取自数值模拟的实际例子, 分别考察了次并合 (minor merger) 和主并合 (major merger) 两种情形, 其子晕相对于寄主晕的并合比分别为 1 : 100 和 1 : 1.8。

2.4.1 次并合

图 1 显示不同搜寻算法在数值模拟的近心次并合事件中对子晕的还原^[43, 45], 其中, 寄主晕和子晕的质量分别为 $10^{12} M_{\odot}$ 和 $10^{14} M_{\odot}$, 子晕被设计为从寄主晕中心直线穿过^[45]。如图 1 所示, 在两晕靠近时, 基于位形空间的 AHF 和 SUBFIND 算法给出的子晕质量均为 0, 即没能在寄主晕中心找出子晕; HSF 在初始时刻质量要高于并合前的位力质量, 其原因为, 该算法包括了附近的背景粒子; ROCKSTAR 的结果在寄主晕中心附近的 V_{\max} 有不合理的波动; HBT 与 HSF 的结果比较一致, 较稳定可靠地反映了质量变化。同时, 由图 1 也可以看出, 不同算法给出的 V_{\max} 的差异要远比质量的差异小。

另有研究发现, 在并合时, ROCKSTAR 给出的子晕质量, 可能在几百万年内变化 10 倍, 这明显是不自洽的。即使是多达 15 000 个粒子的暗晕, 其质量仍会有随机波动^[81], 而且其 V_{\max} 也有类似的变化 (见图 1)。因此有研究^[81] 称, 目前子晕的质量更多的还是统计上可用, 对于具体给定的某个子晕, 它的质量定义是不良的。我们期望追踪算法能给出更自洽

的结果。

2.4.2 主并合

主并合的发生频率尽管不如次并合高, 但它仍在暗晕与星系形成中扮演了重要角色, 它所带来的剧烈弛豫过程可能改变暗晕内部结构、星系形态和大小, 以及活动星系核和中心黑洞的状态等。主并合对子晕搜索是个挑战, 因为子晕与其寄主晕的相空间混合十分严重。测试发现, 用不同算法找到 (如果能找到) 的子晕的位置和速度基本一致, 但它们发生主并合的频率和时标很不相同, 且在高红移 ($z > 1$) 处, 该情况尤其严重^[80]。图 2 展示了取自宇宙学数值模拟的一次主并合事件, 图中两个暗晕的质量比为 1 : 1.8。图中所有没有利用时间信息的算法 (即除 HBT 外的所有算法), 都可能出现主从关系翻转 (如图中 AHF 在宇宙尺度因子 $a = 0.78$ 处, SUBFIND 在 $a = 0.76$ 处)。尽管可以设法对此现象进行一定程度的补救和修正^[44], 但后续构建的并合树的质量仍会受到严重影响^[47, 78]。

具体比较以上不同算法可以看出, 基于位形空间的算法会在子晕靠近寄主晕内部区域时严重低估子晕质量^[80, 82], 并过早地失去独立结构身份; VELOCIRAPTOR 算法由于其较大的连接长度, 较早地将子晕和寄主晕当成了整体; ROCKSTAR 算法在并合时, 子晕的质量会出现震荡; HBT 算法找到的主晕与其他算法相反, 这有可能是因为在两个晕靠近时, FOF 很快会将它们连起来, 从而可能阻碍了原来较小暗晕的进一步增长^[44]。

总之, 不同的算法有各自的问题 (尽管严重程度不同), 离完美的算法还有相当大的距离。我们需要对暗晕和子晕的结构及其演化进行更深入的理论研究。

3 子晕的基本统计性质

人们利用数值模拟发现了多种子晕的统计性质和定量关系, 如质量函数、空间分布、轨道分布及演化等。这些定量关系可以用于星系半解析模型、暗晕占据分布模型、子晕丰度匹配、引力透镜计算等研究, 或直接与星系的计数、旋转速度等观测数据相比较。本章将简要回顾数值模拟给出的子晕的基本统计性质, 并讨论子晕搜寻算法对它们的影响。

3.1 质量函数

子晕样本最基本的统计量是子晕质量函数 (subhalo mass function, SHMF), 即在给定暗晕中不同的质量区间内子晕的数目。文献中一般把质量函数区分为未演化的质量函数和演化的质量函数^[83], 前者指给定暗晕中所有的 (包括已瓦解的) 子晕在并合前的最大质量, 也称作峰值质量 (peak mass)。未演化的质量函数经过质量剥离和瓦解过程, 转变为当前 (或其他考察时刻) 演化的质量函数。

高精度数值模拟发现, 未演化的和演化的子晕质量函数都可以很好地描述为:^[84]

$$dN/d\mu = N_0 \mu^{-\alpha} e^{-(\mu/\mu_*)^\gamma}, \quad (3)$$

其中, N 为子晕数目, $\mu = m/M$ 为子晕与寄主晕的质量比, 也称作约化质量, N_0 决定质量函数的整体幅度, μ_* 为主并合的特征约化质量, α 和 γ 分别决定质量函数在小质量端和

大质量端的形状。在小质量端, 质量函数很接近幂律分布, 即 $dN \propto \mu^{-\alpha}$, 幂律指数 α 为 $1.8 \sim 2$ ^[85]。这一现象已被多项研究确认^[37, 68, 84, 86-88]。在 $m/M \lesssim 0.1$ 时, 不同的搜寻算法之间质量函数的差异约为 20%^[1, 46, 82]。当子晕质量与寄主晕接近时, 质量函数按指数形式下降, 但其中的参数 μ_* 和 γ 的值取决于使用的模拟样本和搜寻算法。以上参数的不确定性也反映了搜寻算法对主并合描述的不一致性 (见图 2)。如前所述, 纯位形空间算法 (如 SUBFIND) 会严重低估大质量子晕的质量^[66, 80, 82]。相对而言, V_{\max} 的统计结果受算法影响较小。

未演化的约化质量函数不依赖于暗晕质量, 有很好的普适性, 反映了 Λ CDM 中结构增长的自相似性。再加上未演化的质量是在子晕还未进入寄主晕时计算的, 受算法的影响较小, 因此可用于评估并合树算法的完整性和自洽性^[66]。而演化的质量函数依赖暗晕的形成时间, 形成较晚的寄主晕, 由于其质量剥离和瓦解的作用时间短, 因而有较高的子晕丰度^[89]。大质量暗晕普遍形成较晚, 大致有 $N_0 \propto M^{0.1}$ 的关系。

以上是暗晕样本的平均统计性质。对于具体给定的单个暗晕, 其中的子晕数目呈超泊松 (super-Poissonian) 涨落, 较早形成的暗晕的子晕数目更接近泊松分布, 反映了子结构丰度对暗晕形成历史的依赖关系^[84, 89, 90]。反过来, 观测上也可以用子结构丰度来估计暗晕的质量或形成时间^[84]。

值得注意的是, 在给定时间间隔内, 暗晕中新落入的子晕的质量函数也服从同样的幂律分布^[91]。这可以解释未演化的质量函数的分布形式, 也再次反映了暗晕构建过程中各层级的自相似性。好的暗晕与子晕 (半) 解析模型必须能准确解释或反映这些定量的标度关系。

与暗物质晕的质量函数的测量相比^[92], 子晕的观测更加间接。引力透镜是观测上探测暗晕质量分布的重要手段。通过强引力透镜和弱引力透镜可以限制子晕的丰度、质量函数和空间分布^[15-18, 22, 93]。不过, 在本星系群和近邻宇宙, 观测更为便利^[94], 可以直接比较暗晕与星系的旋转曲线和速度弥散, 甚至动力学质量^[84, 95-97]。

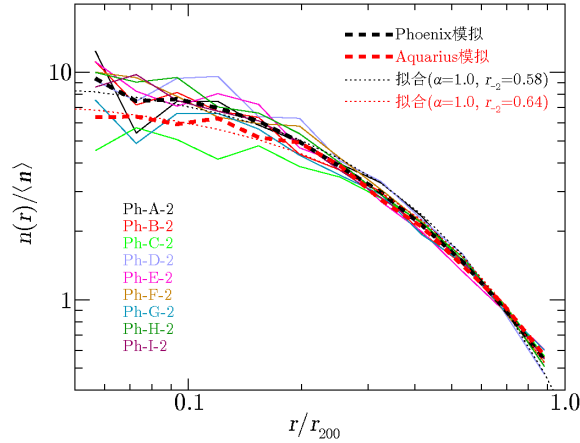
3.2 空间分布

已有多项工作^[37, 39, 98] 确认, 子晕的空间数密度 n 随其离寄主晕距离 r 的变化可用 Einasto 轮廓^[99] 很好地拟合, 即

$$n(r) = \rho_{-2} \exp \left\{ -\frac{2}{\alpha} \left[\left(\frac{r}{r_{-2}} \right)^\alpha - 1 \right] \right\}, \quad (4)$$

其中 ρ_{-2} 和 r_{-2} 为特征半径和特征数密度, 在 r_{-2} 处对数密度斜率为 $\frac{d(\ln \rho)}{d(\ln r)} = -2$ 。参数 α 决定分布的聚集程度, 其值约为 1 (见图 3)。暗晕中的物质分布同样可用 Einasto 轮廓描述, 但其参数 α 通常为 $0.15 \sim 0.3$ ^[100], 表明寄主晕的物质分布要比子晕更向中心聚集。这是由于寄主晕的潮汐作用使越靠近中心的子晕越容易瓦解。子晕的空间分布 (至少在寄主晕的外部区域) 似乎不太依赖寄主晕质量 (见图 3); 当子晕质量较小时, 子晕的空间分布与子晕的质量几乎无关^[37, 39, 87]。

后续工作中^[101, 102] 人们发现, 如果按未演化质量来划分数据, 并把瓦解的子晕也算进来, 则不同未演化质量 (除主并合外) 区间中的子晕与暗物质晕背景的空间分布是相同的。考虑到未演化的子晕分布具有普适的质量函数和空间分布, 再加上对子晕质量剥离过程的适当



注: $\langle n \rangle$ 为寄主晕内子晕的平均数密度, r 为子晕离寄主晕中心的距离, r_{200} 为寄主晕位力半径。粗黑虚线和粗红虚线分别为 Phoenix 模拟^[39] 的 9 个暗晕 (位力质量 $M_h > 5 \times 10^{14} h^{-1} M_\odot$) 和 Aquarius 模拟^[37] 的 5 个暗晕 ($M_h \approx 10^{12} h^{-1} M_\odot$) 中子晕空间分布的叠加结果, 它们各自所对应的 Einasto 轮廓拟合用细点线表示。9 条不同颜色的细实线分别是 Phoenix 模拟的 9 个暗晕的子晕的分布。两组模拟均使用 SUBFIND 定义子晕。

图 3 子晕的数密度随寄主晕半径的变化^[39]

描述, 就可以得到子晕的历史质量、现存质量和空间位置的联合分布的统一解析描述^[102]。这对半解析模型等应用将很有帮助。

尽管有研究称, 上述结果在模拟数值分辨率上是收敛的^[37, 39], 但子晕搜寻算法的影响尚未完全清楚。之前多数工作使用的是位形空间算法 (如 SUBFIND), 它们对寄主晕内部区域和子晕的大质量端的描述被证实是有偏差的^[66]。大量子晕由于所受动力学摩擦效应更强, 同时更少因潮汐力损失质量, 因此, 与小量子晕相比, 其空间分布在寄主晕中心更为集中^[66]。

空间分布的模拟结果常用于与观测数据比较。挑战在于, 观测上的星系到底与数值模拟中什么样的结构相对应? 早期研究发现, 星系团 (群) 中成员星系的空间分布比子晕更集中^[103], 星系的暗晕占据模型 (halo occupation distribution, HOD) 也一般不采用子晕的空间分布, 而是假设星系空间分布与暗晕内的物质分布相同。这是因为现存子晕经历了剥离和瓦解过程, 而其中的星系受这些过程影响相对较小。如果使用未演化质量或 V_{\max} , 会得到与观测更一致的结果。

子晕在寄主晕中的角向分布不是各向同性的^[104-106], 而是与寄主晕的形状存在相关性。暗晕并非球形, 而更像是呈三轴椭球形^[107]。这与大尺度环境有关, 因为暗晕在沿着纤维状结构的方向会吸积到更多的质量和子晕。

3.3 密度轮廓

子晕的内部密度分布会影响引力透镜效应、卫星星系中的旋转曲线和速度弥散^[108, 109], 以及暗物质湮灭信号强度等。对暗晕来说, Einasto 轮廓^[99] (见式 (4)) 比 NFW^[110] 能更好地描述暗晕的密度^[37, 100]。Einasto 参数 α 为 0.15~0.3, 与暗晕质量正相关^[100]。子晕的密度也

可以很好地被 Einasto 轮廓描述^[37, 111]。Di Cintio 等人^[111]发现, α 大致为 0.1~2.5, 对大质量子晕, 则 α 更小; 随着子晕质量的损失, α 的值会逐渐变大。该工作使用的是位形空间算法 AHF。如第 2.4 节所述, 模拟中观测到的较陡的外缘密度轮廓可能部分源于算法限制^[43], 尤其是对大质量子晕。这会影响到以上结论的可靠性。

子晕中心密度分布备受关注: 尖峰还是较平缓的内核 (cusp or core)? 重子物理在其中扮演什么角色? 这是所谓的小尺度疑难之一^[11, 12]。

3.4 其他重要统计性质

除上述质量和空间分布外, 对子晕样本的完整描述还应包含子晕初次进入寄主晕半径的落入时间 (infall time) 分布或并合率^[30, 91, 112-114]、落入时刻的轨道^[115-119]和当前轨道分布^[115, 120], 以及这些量的演化, 如质量和结构的演化^[121]、轨道演化 (如并合时标)^[122, 123]等。

子晕的这些统计性质会受到数值模拟分辨率和子晕搜寻算法的影响。人们对此研究还不够充分。大致而言, 在考虑子晕的落入轨道和落入时间时, 子晕尚处于寄主晕的外围, 较少受到搜寻算法和数值效应的影响, 结果相对可靠。当子晕位于寄主晕内部区域时, 对质量较大的子晕, 不同算法给出的位置和整体速度的一致性较好, 但部分算法可能无法找出质量较小的子晕。这种选择效应将在后续分析中引入偏差 (bias)。由于子晕定义的不确定性, 质量演化难以被可靠地定量分析, 再加上潮汐剥离使子晕质量减小, 从而引起分辨率不足。甚至有研究认为, 有可能除了动力学摩擦导致的并合外, 子晕完全不会瓦解, 模拟中看到的都是数值效应引起的虚假瓦解 (artificial disruption)^[81]。这会严重影响对并合时标的理解。

3.5 子晕的半解析模型

上述子晕的统计分布既可以与观测作比较, 也可以作为星系半解析模型、引力透镜质量分布等后续模型的输入。用多体数值模拟能直接获得子晕样本及其完整信息, 但运行模拟程序和分析模拟结果均需要消耗大量的内存和计算时间, 而且不可避免地受制于分辨率和各种数值效应。相对而言, 解析方法的物理过程简明清晰, 计算快捷灵活, 因此描述子晕形成与演化的 (半) 解析模型极具理论和应用价值。子晕的各种分布之间是相互关联的, 如并合率会影响子晕丰度, 轨道会影响空间分布, 而且它们与寄主晕的增长历史 (assembly history)^[124]紧密相关。成功的解析模型首先必须是自洽的, 从初始分布 (unevolved distribution) 开始, 加上演化过程, 最终能重复出当前时刻的演化后分布 (evolved distribution)。除了上述广泛应用外, 它还有助于理解暗晕内部结构的形成。

当前大部分子晕模型是半解析的^[125-131]。一般从蒙特卡罗并合树开始, 根据子晕初始轨道参数分布, 随机给予子晕分配轨道, 动态地计算子晕落入寄主晕后的演化。例如, 通过潮汐半径和动力学时标来更新质量, 最终可以得到随机样本中各子晕的质量、速度和位置。这些模型可以纳入各种物理过程, 如动力学摩擦、潮汐加热与剥离、完全瓦解等, 其中通常包含多个自由参数, 需要用数值模拟结果来标定。

用蒙特卡罗方法生成随机样本时, 需要分别计算每个子晕的信息, 最后统计其整体分布。在只关心整体样本时, 可以使用数值模拟得到的唯象描述来进行简化^[102, 132], 如 van den Bosch 和 Jiang^[82, 89, 133]的工作中, 只考虑子晕的平均质量损失率。他们从子晕的落入质量和

落入时间出发, 演化整个子晕样本, 得到最终的质量和速度分布。但是, 由于缺少轨道的信息, 空间分布无法获得。Han 等人^[102]从普适的未演化质量函数和空间分布出发(见第3.2节), 假设子晕平均经历的剥离过程不依赖质量, 只由径向距离决定, 从而得到了对子晕历史质量、现存质量和空间位置的联合分布的统一描述。他们的结论有很好的应用性。期望未来这方面有更多研究, 以获得对子晕样本更完整和统一的刻画。

3.6 重子的影响

以上讨论多数考虑的是纯暗物质宇宙中结构的形成与演化。重子的存在会影响小尺度(波数 $k \gtrsim 1h^{-1} \text{Mpc}$, 或多极矩分量 $l \gtrsim 800$) 物质功率谱^[134, 135], 也会改变子晕的丰度和空间分布。不同于无特征尺度的纯引力作用, 重子过程会破坏暗物质结构的自相似性, 原则上可以通过引入修正模型描述, 将纯暗物质的结果转换到重子宇宙中。现在的流体数值模拟^[31, 40, 136–138]直接在数值模拟中加入重子成分, 并通过亚网格方法模拟与重子相关的物理过程^[139], 如再电离、恒星形成、元素丰度演化、超新星和活动星系核等, 但重子对子晕的影响细节尚未完全了解。

有研究称, 重子的影响主要在子晕核区, 较少影响子晕外部密度轮廓^[111]。总的来说, 寄主晕和子晕的质量会基本决定重子过程是否重要^[140], 例如, 星系团级的暗晕中重子的影响就相对较小^[20]。较大的子晕中, 其内部重子物质的聚集将引发绝热收缩(adiabatic contraction), 并增加子晕核区的密度, 从而增强其对寄主晕潮汐场的抵抗能力, 因此, 子晕在寄主晕内部的丰度会增加^[140–142]。同样, 重子引起的绝热收缩也会改变寄主晕中的物质分布, 从而影响其中子晕的轨道分布和瓦解率。如果寄主晕的恒星盘质量较大, 则其潮汐场会增强, 从而使子晕的质量损失或瓦解加速^[20, 140, 143]。这可能减轻子晕丰度匹配结果与矮星系的动力学观测之间的冲突^[143]。此外, 再电离可能也会有效降低较小子晕的质量^[140]。综合来看, 重子的存在会使质量函数的幂律谱指数 α 变小, 即小量子晕数目会减少得更多^[20, 90, 140]。目前, 不同的重子反馈机制各自作用有多大还不是很清楚, 还需要用更高分辨率的模拟来研究更小质量的暗晕^[20]。

目前, 数值模拟中对重子物理过程还没有公认的处理方法。与数值模拟程序和结构搜寻算法相比, 用亚网格方法对重子物理过程的处理带来的不确定性可能更大^[144]。

4 总结与展望

在宇宙学数值模拟的大小和复杂性不断提升的同时, 对结构搜索算法也提出了相应的要求: 不仅要能在宇宙纤维状网络中找出暗晕, 还要能在暗晕不均匀的高密度背景中识别出子结构。数值模拟预言的子晕统计性质有广泛的应用, 例如, 从星系形成模型到各个层次的观测, 包括银河系的卫星星系、近邻宇宙学、引力透镜和星系在大尺度上的成团性等。在过去十年中, 子晕搜寻算法有很大的发展。本文回顾了子晕数值搜寻算法中的通用步骤, 并以影响较大的几个算法为例, 详细分析了它们的差异及优缺点; 总结了子晕的基本统计性质, 及其对子晕数值搜寻方法的依赖。

实际上, 当前对暗晕和子晕理论模型的研究还比较薄弱, 尤其是对子晕演化过程的理解还不够充分。由于缺乏自洽完整的物理模型作为基础, 当前的研究所采用的子晕定义(如自束缚结构) 往往主要从技术性角度来考虑, 导致数值模拟所得出的子晕的质量等性质很大程度上取决于使用哪个算法, 而没有公认的内禀数值。而重子物理的加入使问题进一步复杂化。另外, 某些算法中出现的质量随机波动、子晕突然失踪、并合树主从关系前后不一致等问题, 仍有待解决。数值效应, 特别是分辨率的收敛性也有待进一步研究^[81, 145]。近年来, 人们已意识到这些问题, 并开展了系统化的算法比较; 还有不少研究^[20, 82] 同时使用多种子晕定义, 以减小潜在偏差。

在当前多数应用中, 由于观测数据和星系模型等本身的不确定性很高, 因此, 上述子晕统计性质的不确定性的影响还不是很大^[1]。随着观测和模型的改进, 对数值模拟预言结果的精确性要求也将相应提高。只有对暗晕和子晕有更本质的认识, 并得到更自洽、物理依据更充分的结构搜寻算法后, 我们才能从更内禀的特征出发来谈精确宇宙学, 否则很难克服从数值模拟加理论到观测的标定误差。

致谢

感谢郭宏研究员和 Banerjee 博士在本文写作中提供的有益建议, 感谢匿名审稿人中肯而有建设性的审稿意见, 还要感谢本刊编辑在投稿过程中给予的无私帮助。

参考文献:

- [1] Knebe A, Pearce F R, Lux H, et al. MNRAS, 2013, 435: 1618
- [2] White S D M, Frenk C S. ApJ, 1991, 379: 52
- [3] Kauffmann G, White S D M, Guiderdoni B. MNRAS, 1993, 264: 201
- [4] Kang X, Jing Y P, Mo H J, et al. ApJ, 2005, 631: 21
- [5] Jing Y P, Mo H J, Börner G. ApJ, 1998, 494: 1
- [6] Berlind A A, Weinberg D H. ApJ, 2002, 575: 587
- [7] Yang X, Mo H J, van den Bosch F C. MNRAS, 2003, 339: 1057
- [8] Vale A, Ostriker J P. MNRAS, 2004, 353: 189
- [9] Moster B P, Somerville R S, Maulbetsch C, et al. ApJ, 2010, 710: 903
- [10] Guo Q, White S, Li C, et al. MNRAS, 2010, 404(3): 1111
- [11] Bullock J S, Boylan-Kolchin M. ARA&A, 2017, 55: 343
- [12] Del Popolo A, Le Delliou M. Galaxies, 2017, 5: 17
- [13] Erkal D, Belokurov V. MNRAS, 2015, 450: 1136
- [14] Diemand J, Kuhlen M, Madau P, et al. Nature, 2008, 454: 735
- [15] Vegetti S, Koopmans L V E. MNRAS, 2009, 400: 1583
- [16] Vegetti S, Lagattuta D J, McKean J P, et al. Nature, 2012, 481: 341
- [17] Hezaveh Y, Dalal N, Holder G, et al. JCAP, 2016, 11: 048
- [18] Li R, Shan H, Mo H, et al. MNRAS, 2014, 438: 2864
- [19] Xu D, Sluse D, Gao L, et al. MNRAS, 2015, 447: 3189
- [20] Despali G, Vegetti S. MNRAS, 2017, 469: 1997
- [21] Natarajan P, De Lucia G, Springel V. MNRAS, 2007, 376: 180

- [22] Li R, Frenk C S, Cole S, et al. *MNRAS*, 2016, 460: 363
- [23] Springel V, White S D M, Frenk C S, et al. *Nature*, 2008, 456: 73
- [24] Ackermann M, Ajello M, Albert A, et al. *PhRvL*, 2011, 107: 241302
- [25] Tinker J, Kravtsov A V, Klypin A, et al. *ApJ*, 2008, 688: 709
- [26] Komatsu E, Smith K M, Dunkley J, et al. *ApJS*, 2011, 192: 18
- [27] Bardeen J M, Bond J R, Kaiser N, et al. *ApJ*, 1986, 304: 15
- [28] Press W H, Schechter P. *ApJ*, 1974, 187: 425
- [29] Bond J R, Cole S, Efstathiou G, et al. *ApJ*, 1991, 379: 440
- [30] Lacey C, Cole S. *MNRAS*, 1994, 271: 676
- [31] Kuhlen M, Vogelsberger M, Angulo R. *Physics of the Dark Universe*, 2012, 1: 50
- [32] Angulo R E, Springel V, White S D M, et al. *MNRAS*, 2012, 426: 2046
- [33] Davis M, Efstathiou G, Frenk C S, et al. *ApJ*, 1985, 292: 371
- [34] Tormen G. *MNRAS*, 1997, 290: 411
- [35] Moore B, Ghigna S, Governato F, et al. *ApJ*, 1999, 524: L19
- [36] Klypin A, Gottlöber S, Kravtsov A V, et al. *ApJ*, 1999, 516: 530
- [37] Springel V, Wang J, Vogelsberger M, et al. *MNRAS*, 2008, 391: 1685
- [38] Kuhlen M, Diemand J, Madau P, et al. *Journal of Physics: Conference Series*, 2008, 125(1): 012008
- [39] Gao L, Navarro J F, Frenk C S, et al. *MNRAS*, 2012, 425: 2169
- [40] Springel V. *MNRAS*, 2005, 364: 1105
- [41] Boylan-Kolchin M, Springel V, White S D M, et al. *MNRAS*, 2009, 398: 1150
- [42] Knollmann S R, Knebe A. *ApJS*, 2009, 182: 608
- [43] Han J, Jing Y P, Wang H, et al. *MNRAS*, 2012, 427: 2437
- [44] Behroozi P S, Wechsler R H, Wu H Y. *ApJ*, 2013, 762: 109
- [45] Knebe A, Knollmann S R, Muldrew S I, et al. *MNRAS*, 2011, 415: 2293
- [46] Onions J, Knebe A, Pearce F R, et al. *MNRAS*, 2012, 423: 1200
- [47] Srisawat C, Knebe A, Pearce F R, et al. *MNRAS*, 2013, 436: 150
- [48] Macciò A V, Murante G, Bonometto S P. *ApJ*, 2003, 588: 35
- [49] Prada F, Klypin A A, Simonneau E, et al. *ApJ*, 2006, 645: 1001
- [50] Diemand J, Kuhlen M, Madau P. *ApJ*, 2007, 667: 859
- [51] Cuesta A J, Prada F, Klypin A, et al. *MNRAS*, 2008, 389: 385
- [52] Anderhalden D, Diemand J. *MNRAS*, 2011, 414: 3166
- [53] Diemer B, More S, Kravtsov A V. *ApJ*, 2013, 766: 25
- [54] Kravtsov A V, Borgani S. *ARA&A*, 2012, 50: 353
- [55] More S, Diemer B, Kravtsov A V. *ApJ*, 2015, 810: 36
- [56] Springel V, White S D M, Tormen G, et al. *MNRAS*, 2001, 328: 726
- [57] Neyrinck M C, Gnedin N Y, Hamilton A J S. *MNRAS*, 2005, 356: 1222
- [58] Springel V, Yoshida N, White S D M. *New Astronomy*, 2001, 6: 79
- [59] Onions J, Ascasibar Y, Behroozi P, et al. *MNRAS*, 2013, 429: 2739
- [60] Behroozi P S, Loeb A, Wechsler R H. *JCAP*, 2013, 2013(06): 019
- [61] Bryan G L, Norman M L. *ApJ*, 1998, 495: 80
- [62] Zhao D H, Mo H J, Jing Y P, et al. *MNRAS*, 2003, 339: 12
- [63] Zemp M. *ApJ*, 2014, 792: 124
- [64] Ascasibar Y, Gottlöber S. *MNRAS*, 2008, 386: 2022
- [65] Di Cintio A, Brook C B, Maccio A V, et al. *MNRAS*, 2014, 437: 415
- [66] Han J, Cole S, Frenk C S, et al. *MNRAS*, 2018, 474: 604
- [67] Gill S P D, Knebe A, Gibson B K. *MNRAS*, 2004, 351: 399
- [68] Giocoli C, Tormen G, Sheth R K, et al. *MNRAS*, 2010, 404: 502
- [69] Behroozi P S, Wechsler R H, Wu H Y, et al. *ApJ*, 2013, 763: 18
- [70] Gao L, De Lucia G, White S D M, et al. *MNRAS*, 2004, 352: L1

- [71] Frenk C S, White S D M. *Annalen der Physik*, 2012, 524: 507
- [72] Riebe K, Partl A M, Enke H, et al. *Astronomische Nachrichten*, 2013, 334: 691
- [73] Vogelsberger M, Genel S, Springel V, et al. *MNRAS*, 2014, 444: 1518
- [74] Maciejewski M, Colombi S, Springel V, et al. *MNRAS*, 2009, 396: 1329
- [75] Elahi P J, Thacker R J, Widrow L M. *MNRAS*, 2011, 418: 320
- [76] Schaye J, Crain R A, Bower R G, et al. *MNRAS*, 2015, 446: 521
- [77] Elahi P J, Han J, Lux H, et al. *MNRAS*, 2013, 433: 1537
- [78] Avila S, Knebe A, Pearce F R, et al. *MNRAS*, 2014, 441: 3488
- [79] Jiang F, van den Bosch F C. *MNRAS*, 2014, 440: 193
- [80] Behroozi P, Knebe A, Pearce F R, et al. *MNRAS*, 2015, 454: 3020
- [81] van den Bosch F C. *MNRAS*, 2017, 468: 885
- [82] van den Bosch F C, Jiang F. *MNRAS*, 2016, 458: 2870
- [83] van den Bosch F C, Yang X, Mo H J, et al. *MNRAS*, 2005, 356: 1233
- [84] Boylan-Kolchin M, Springel V, White S D M, et al. *MNRAS*, 2010, 406: 896
- [85] Gao L, White S D M, Jenkins A, et al. *MNRAS*, 2004, 355: 819
- [86] Gao L, Frenk C S, Boylan-Kolchin M, et al. *MNRAS*, 2011, 410: 2309
- [87] Hellwing W A, Frenk C S, Cautun M, et al. *MNRAS*, 2016, 457: 3492
- [88] Comparat J, Prada F, Yepes G, et al. *MNRAS*, 2017, 469: 4157
- [89] Jiang F, van den Bosch F C. *MNRAS*, 2017, 472: 657
- [90] Chua K T E, Pillepich A, Rodriguez-Gomez V, et al. *MNRAS*, 2017, 472: 4343
- [91] Stewart K R, Bullock J S, Wechsler R H, et al. *ApJ*, 2008, 683: 597
- [92] Castro T, Marra V, Quartin M. *MNRAS*, 2016, 463: 1666
- [93] Okabe N, Futamase T, Kajisawa M, et al. *ApJ*, 2014, 784(2): 90
- [94] McConnachie A W. *AJ*, 2012, 144: 4
- [95] Kravtsov A V, Gnedin O Y, Klypin A A. *ApJ*, 2004, 609: 482
- [96] Wang J, Frenk C S, Navarro J F, et al. *MNRAS*, 2012, 424(4): 2715
- [97] Boylan-Kolchin M, Bullock J S, Kaplinghat M. *MNRAS*, 2011, 415(1): L40
- [98] Ludlow A D, Navarro J F, Springel V, et al. *ApJ*, 2009, 692: 931
- [99] Einasto J. *TrAlm*, 1965, 5: 87
- [100] Gao L, Navarro J F, Cole S, et al. *MNRAS*, 2008, 387: 536
- [101] Gan J, Kang X, van den Bosch F C, et al. *MNRAS*, 2010, 408: 2201
- [102] Han J, Cole S, Frenk C S, et al. *MNRAS*, 2016, 457: 1208
- [103] Madau P, Diemand J, Kuhlen M. *ApJ*, 2008, 679: 1260
- [104] Zentner A R, Kravtsov A V, Gnedin O Y, et al. *ApJ*, 2005, 629: 219
- [105] Yang X, van den Bosch F C, Mo H J, et al. *MNRAS*, 2006, 369: 1293
- [106] Wang Y O, Lin W P, Kang X, et al. *ApJ*, 2014, 786: 8
- [107] Jing Y P, Suto Y. *ApJ*, 2002, 574(2): 538
- [108] Walker M G, Mateo M, Olszewski E W, et al. *ApJ*, 2009, 704: 1274
- [109] Wolf J, Martinez G D, Bullock J S, et al. *MNRAS*, 2010, 406: 1220
- [110] Navarro J F, Frenk C S, White S D M. *ApJ*, 1996, 462: 563
- [111] Di Cintio A, Knebe A, Libeskind N I, et al. *MNRAS*, 2013, 431: 1220
- [112] Fakhouri O, Ma C P, Boylan-Kolchin M. *MNRAS*, 2010, 406: 2267
- [113] Yang X, Mo H J, Zhang Y, et al. *ApJ*, 2011, 741: 13
- [114] Rodriguez-Gomez V, Genel S, Vogelsberger M, et al. *MNRAS*, 2015, 449: 49
- [115] Benson A J. *MNRAS*, 2005, 358(2): 551
- [116] Wang H Y, Jing Y P, Mao S, et al. *MNRAS*, 2005, 364: 424
- [117] Wetzell A R. *MNRAS*, 2011, 412: 49
- [118] Jiang L, Cole S, Sawala T, et al. *MNRAS*, 2015, 448: 1674
- [119] Shi J, Wang H, Mo H J. *ApJ*, 2015, 807: 37

- [120] Diemand J, Moore B, Stadel J. MNRAS, 2004, 352: 535
- [121] Hayashi E, Navarro J F, Taylor J E, et al. ApJ, 2003, 584: 541
- [122] Jiang C Y, Jing Y P, Faltenbacher A, et al. ApJ, 2008, 675: 1095
- [123] Boylan-Kolchin M, Ma C P, Quataert E. MNRAS, 2008, 383: 93
- [124] Zhao D H, Jing Y P, Mo H J, et al. ApJ, 2009, 707: 354
- [125] Taylor J E, Babul A. ApJ, 2001, 559: 716
- [126] Taylor J E, Babul A. MNRAS, 2004, 348: 811
- [127] Taylor J E, Babul A. MNRAS, 2005, 364: 515
- [128] Taylor J E, Babul A. MNRAS, 2005, 364: 535
- [129] Benson A J, Lacey C G, Baugh C M, et al. MNRAS, 2002, 333: 156
- [130] Peñarrubia J, Benson A J. MNRAS, 2005, 364: 977
- [131] Zentner A R, Berlind A A, Bullock J S, et al. ApJ, 2005, 624: 505
- [132] van den Bosch F C, Tormen G, Giocoli C. MNRAS, 2005, 359: 1029
- [133] Jiang F, van den Bosch F C. MNRAS, 2016, 458: 2848
- [134] Rudd D H, Zentner A R, Kravtsov A V. ApJ, 2008, 672: 19
- [135] Jing Y P, Zhang P, Lin W P, et al. ApJ, 2006, 640: L119
- [136] Bryan G L, Norman M L, O'Shea B W, et al. ApJS, 2014, 211: 19
- [137] Springel V. MNRAS, 2010, 401: 791
- [138] Hopkins P F. MNRAS, 2015, 450(1): 53
- [139] Naab T, Ostriker J P. ARA&A, 2017, 55(1): 59
- [140] Zhu Q, Marinacci F, Maji M, et al. MNRAS, 2016, 458(2): 1559
- [141] Romano-Díaz E, Shlosman I, Heller C, et al. ApJ, 2009, 702: 1250
- [142] Romano-Díaz E, Shlosman I, Heller C, et al. ApJ, 2010, 716: 1095
- [143] Sawala T, Frenk C S, Crain R A, et al. MNRAS, 2013, 431: 1366
- [144] Kim J H, Abel T, Agertz O, et al. ApJS, 2014, 210: 14
- [145] Klypin A, Prada F, Yepes G, et al. MNRAS, 2015, 447: 3693

The Structure Finders and the Subhalo Population

LI Zhao-zhou^{1,2}, HAN Jia-xin³

(1. Key Laboratory for Research in Galaxies and Cosmology, Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. Kavli IPMU (WPI), UTIAS, The University of Tokyo, Kashiwa, Chiba 277-8583, Japan)

Abstract: The quantitative relations of halo and subhalo population predicted by numerical simulations are widely applied to the galaxy formation models, near-field cosmology, redshift surveys, large-scale structure, gravitational lensing and dark matter detection. In the precision cosmology era, the ever-increasing size and complexity of data coming from observations demands equally precise prediction for cosmic structures and also their substructures. The numerical simulation and relevant analysis tools will continue to play an irreplaceable role. During the past two decades since the first subhalos identified in simulation, there has been

enormous progress in the art of object finding. A large number of codes based upon a vast variety of algorithm and techniques have emerged. Unfortunately, the finders may not provide the same information about the subhalos of interest, as each algorithm has its own operational definition. Knowledge about how the finders work and how they differ from each other is crucial to estimate the potential bias and uncertainty in the predictions from simulations, and to improve the reproducibility in research.

Here we summarize the procedures commonly adopted in the modern subhalo finders, describe several widely used finders in detail as examples, discuss the different performance in test cases between them and the corresponding influence on the application. Then we review the basic statistics of the subhalo population, including the mass function and spatial distribution, and their dependence on the used subhalo finder, we close with a discussion of the influence of the baryon process.

Key words: numerical simulation; structure formation; dark matter halo; subhalo; semi-analytical model; statistics