

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2024.03.01

基于地基光电望远镜的地球同步轨道卫星 空间目标初轨确定研究

尹业文^{1,2}, 李振伟^{1,3}, 刘承志^{1,3}, 康喆¹, 孙建南^{1,2}

(1. 中国科学院 国家天文台 长春人造卫星观测站, 长春 130117; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;
3. 中国科学院空间目标与碎片观测重点实验室, 南京 210008)

摘要: 在地球同步轨道卫星 (geosynchronous Earth orbit, GEO) 空间目标的监测过程中, 为了解决观测数据弧长过短而导致的初始轨道参数求解失败问题, 提出了一种多约束初轨确定算法。首先, 从 GEO 目标轨道的小偏心率出发, 建立了单参数轨道确定方法, 以提高求解成功率及精度; 其次, 基于开普勒定律和短弧的共面假设, 对观测弧段进行关联, 以增加观测数据信息和几何约束性; 最后, 利用关联弧段进一步提高求解精度, 使得算法对轨道类型的适应性更广泛。利用长春人造卫星观测站的大视场望远镜实测数据进行了验证, 结果表明, 利用该算法能快速有效地求解出轨道参数, GEO 空间目标半长轴误差小于 200 km 的占比可达 93.6% (平均弧长约 70 s)。基于该计算结果和所提关联方法来降低偏心率约束导致的误差, 部分目标的半长轴误差可达 30 km。该方法将为中国空间态势感知领域提供技术支撑。

关键词: 初轨确定; 空间碎片; 甚短弧; GEO

中图分类号: P228 **文献标识码:** A

1 引言

根据欧空局统计数据结果, 截止 2023 年 9 月 12 日, 尺寸为 1~10 cm 的空间碎片数量已达 100 万个^[1]。其中, 在应用最广泛的 NORAD (North American Aerospace Defense Command, NORAD) 目录中, 已编目的空间碎片数量仅有 25 000 余个, 而其余大量空间碎片并未编目, 无法获知轨道信息。这对有效载荷的安全运行造成了巨大威胁。现有的空间碎片监测手段主要分为光学观测和雷达探测。雷达探测具有成本很高、观测范围受限等缺点, 而光学观测具有探测距离远、测量精度高和隐蔽性好等优点, 因此光学观测目前仍然是主流

收稿日期: 2023-11-10; 修回日期: 2024-01-15

资助项目: 国家自然科学基金 (12273080, U2031129)

通讯作者: 李振伟, lizw@cho.ac.cn

监测手段之一^[2-5]。在没有先验信息的情况下,根据单站单圈的少量观测资料计算二体意义下的轨道被称作初轨确定(initial orbit determination, IOD)^[6]。在空间目标监测中,初轨确定为编目入库、精密定轨等工作提供了重要输入,尤其在初始弧段关联方面,具有关键的基础作用;因此,可靠且高效的初轨确定算法至关重要。

仅角度的初轨确定研究已有 200 多年的历史。Laplace 算法和 Gauss 算法是两种经典方法,均通过求解中间时刻目标地心距离的八次方程,来得到轨道参数^[7];不同之处在于基础假设以及消去未知数的方式。计算机技术的发展提高了迭代计算的效率,以此为基础的初轨确定方法也随之出现。Escobal^[8]于 1965 年提出了以观测时间差为目标方程的 Double-R 算法。Gooding^[9, 10]基于统一形式的 Lambert 方程构建了目标函数为方向向量偏差的初轨计算方法。桑吉章等人^[11]同样基于 Lambert 方程提出了融入多方向观测数据的距离搜索法。然而, Lambert 方程对于观测弧段有一定要求,对于观测弧长小于轨道周期的百分之一的甚短弧数据,这类方法的稳定性和精度都会显著下降。不同于传统算法, Milani 等人^[12]引入了允许域的概念,后续许多研究也基于该理念进行了改进和拓展。但是由于这类算法所得到的结果精度依赖于轨道传播精度、三角格网密度以及观测值精度,因此这类算法在数据为甚短弧情况下的适用性较低^[13]。

仅角度数据初轨确定的难点主要在于解的不稳定性。由于观测弧长极短,因此其对轨道的约束不足,加之观测误差的影响,所得解与真实解之间存在较大差距^[14, 15]。这一问题在监测高轨目标时,影响更为严重。本文针对弧长仅为几十秒的地球同步轨道目标实测数据,提出了一种多约束初轨确定算法,通过增加小偏心率约束提高了求解成功率,且利用弧段关联增强弧长约束性降低了结果误差。该算法主要包含三个步骤:第一步,利用观测得到的角度数据求解初始轨道参数;第二步,将所得轨道参数作为输入,计算弧段之间的关联关系;第三步,若多弧段关联(共属同一目标),利用关联后的弧段对轨道参数进行改进。最后,利用长春人造卫星观测站大视场望远镜的实测数据验证了算法的成功率、计算效率和求解误差。

2 原理方法

2.1 仅角度轨道确定

地基光学望远镜监测空间目标时,所获得的信息为角度数据,记录形式常为站心的高度角和方位角或站心天球坐标系下的赤经和赤纬。为便于与轨道根数以及台站坐标相互计算,需将所有数据统一至地心惯性坐标系下。本文所研究的观测资料采用赤经 α 和赤纬 β 的表示形式,可通过式(1)转换为单位方向向量 $\lambda_j (j = 1, 2)$:

$$\lambda_j = \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \cos \beta_j \\ \sin \alpha_j \cos \beta_j \\ \sin \beta_j \end{bmatrix} . \quad (1)$$

设 r_j 为目标相对地心的位置矢量,观测平台的位置矢量为 R_j ,两者间的斜距值和测

角资料分别为 ρ_j 和 λ_j , 可得:

$$\mathbf{r}_j = \rho_j \boldsymbol{\lambda}_j + \mathbf{R}_j, \quad (2)$$

观测目标遵循二体问题的基础运动方程, 表示为:

$$\ddot{\mathbf{r}}_j + \frac{\mu}{|\mathbf{r}_j|^3} \mathbf{r}_j = 0. \quad (3)$$

上述公式中, 除 ρ_j 以外均为已知值。仅角度初轨确定的任务是利用观测得到的 λ_j 以及台站位置为 \mathbf{R}_j , 求解目标的位置矢量为 \mathbf{r}_j 。式 (1)–(3) 为仅角度初轨确定的基础。

2.1.1 单参数初始轨道确定

为提高观测效率, 减少冗余数据, 光学望远镜获取到的观测弧长往往不足周期的 1%。GEO 目标由于周期长, 相同观测弧长对于轨道的约束性更差, 从而造成收敛不成功或与真值偏差大的问题。为提高初轨确定的成功率, 可通过增加约束条件来减少待求解的参数, 以降低求解难度。多数高轨目标轨道偏心率较小, 可假设任意时刻的角速度为常数, 来估计轨道的半长轴。下文对该方法的计算原理进行简单描述。首先假设一个初始半长轴 a , 利用开普勒定律可得理论平均运动 n_1 。其次, 由 \mathbf{r}_j 和 a 给出平均运动的计算值 n_2 ^[16]:

$$n_2(a) = \arccos\left(\frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2}{a^2}\right) \frac{1}{\Delta t} \left[1 + \frac{3J_2}{4a^2} (6 - 8\sin^2 i)\right], \quad (4)$$

其中, $J_2 = 1.802\ 63 \times 10^{-3}$, i 为轨道倾角。由式 n_1 和 n_2 可构造目标函数:

$$\Delta n(a) = n_1(a) - n_2(a). \quad (5)$$

当 $\Delta n(a) = 0$ 时, 函数收敛, 所得 a 即为解。上式中 \mathbf{r}_j 未知, 需利用 ρ_j 来得到。利用望远镜与目标之间的几何关系, 可得 ρ_j 由 a 和已知量所表达的关系式:

$$\rho_j = \sqrt{a^2 - R_j^2 \sin^2 z_j} - |\mathbf{R}_j| \cos z_j, \quad (6)$$

$$|\mathbf{R}_j| \cos z_j = \lambda_j \cdot \mathbf{R}_j, \quad (7)$$

$$R_j^2 \sin^2 z_j = R_j^2 - (|\mathbf{R}_j| \cos z_j)^2, \quad (8)$$

其中, z_j 为天顶距, 其几何关系如图 1 所示。

由于 $|n'_1(a)| \gg |n'_2(a)|$, 且 $n_2(a)$ 的值域属于 $n_1(a)$ 值域的子集, 因此目标函数存在零解, 即可以采用牛顿迭代法求解半长轴 a 。由第 $k-1$ 步的半长轴 a_{k-1} 计算第 k 步的半长轴 a_k , 可表示为:

$$a_k = a_{k-1} - \Delta n_{k-1} \frac{\partial a}{\partial (\Delta n)}, \quad (9)$$

式中, $\frac{\partial (\Delta n)}{\partial a}$ 为 Δn 对 a 的偏导数, 可用差分法进行近似求解 (采用中心差商公式, 步长为 0.5 km)。初值 a_0 的选择应大于 $|\mathbf{R}_j|$ 。针对 GEO 目标的轨道半长轴分布特点, 本研究选取经验值 $a_0 = 40\ 000$ km。

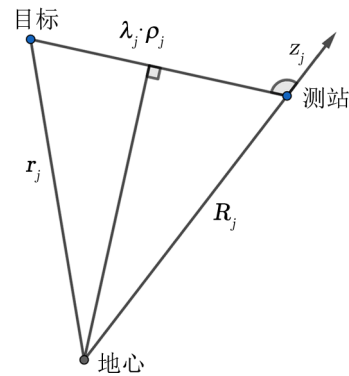


图 1 目标与望远镜间几何关系

综上所述,单参数求解轨道半长轴的过程如下:首先,假定一个初始半长轴 a_0 ,再利用式(2)和(6)–(8)得到对应的 $\mathbf{r}_j (j = 1, 2)$ 。然后由式(4)、(5)得到目标函数值 Δn ,若小于阈值则收敛,否则由式(9)迭代求解 a_k ,直至达到循环终止条件。由于增加了约束条件,上述求解半长轴算法具有极高的收敛率。然而,受观测误差的影响,该结果仍然含有不确定性。因此需增加数据点来减少误差,并获得更多轨道信息。

2.1.2 基于半长轴先验值的轨道确定

目前,光电望远镜对于空间目标的观测会产生一段包含多点数据的弧段。采用2.1.1节所述方法,选取任意两数据点均可求解轨道半长轴。一段观测弧段包含的数据点为 $\{\alpha_1, \beta_1, t_1\}, \{\alpha_2, \beta_2, t_2\}, \dots, \{\alpha_n, \beta_n, t_n\}$, α, β, t 分别为赤经、赤纬和观测时刻。为避免弧长因素对结果的影响,选用 $\{1, 2, \dots, n/8\}$ 为前数据点, $\{n - n/8, \dots, n\}$ 为后数据点 (n 为弧段的采样点数),求解得到半长轴集 $\{a_1, a_2, \dots, a_{n/8}\}$ 。利用式(10),计算半长轴结果的标准差,对 $|a_n - \bar{a}| > 2\sigma_a$ 的结果进行剔除,并对其余结果求平均得 a_{mean} :

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n}} . \quad (10)$$

将 a_{mean} 代入式(6)和(2),得到所有时刻的位置向量 $\mathbf{r}_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 。当获得3个时刻的目标位置矢量时,可用Gibbs算法或Herrick-Gibbs算法进行轨道根数的求解^[17]。然而,由于观测弧长小于 1° ,Herrick-Gibbs算法可得到更好的精度^[18]。主要计算公式如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_2 = & -\Delta t_{32} \left(\frac{1}{\Delta t_{21}\Delta t_{31}} + \frac{\mu}{12|\mathbf{r}_1|^3} \right) \mathbf{r}_1 + (\Delta t_{32} - \Delta t_{21}) \left(\frac{1}{\Delta t_{21}\Delta t_{32}} + \frac{\mu}{12|\mathbf{r}_2|^3} \right) \mathbf{r}_2 + \\ & \Delta t_{21} \left(\frac{1}{\Delta t_{32}\Delta t_{31}} + \frac{\mu}{12|\mathbf{r}_2|^3} \right) \mathbf{r}_3 . \end{aligned} \quad (11)$$

利用二体力学原理将 $t_i (i = 2, 3, \dots, n - 1)$ 观测时刻的状态向量集转为相应的经典开普勒轨道根数集 $\{\Theta_2, \Theta_3, \dots, \Theta_{n-1}\}$ 。同样采用求解标准差的方式对轨道根数集进行筛选,并将筛选后的结果平均值作为该弧段的轨道根数。

2.2 多弧段轨道确定

甚短弧数据(GEO目标,弧长小于3 min)的初轨确定精度有限,且在未得到更多先验信息时,很难进一步提高。为解决该问题,一个可行的基于光学望远镜的解决方案是利用初始轨道参数以及相应的角度观测数据,进行初始轨道关联,从而增强弧长约束。这种仅有观测数据的弧段关联可称为UCT(Un-correlated Track, UCT)关联。

光学望远镜所获得的观测数据仅有角度数据,缺少距离及其导数信息。由于观测误差的影响,所获得的初轨结果将是轨道集合当中的某个轨道参数,该解与真实值之间的偏差也较大^[19]。若将同一目标的其他观测弧段与该弧段确定关联关系后,并同时用于初轨确定,则可以加强对目标轨道的几何约束性,从而提高初轨结果的精度。

本文通过假设短期内密切轨道共面及开普勒第三定律,提出了一种UCT弧段关联方法,利用位置向量在同一时刻的偏差进行关联关系的确定。

2.2.1 基于共面轨道的初轨关联

由 2.1 节所述初轨确定方法, 可得到观测弧段所对应的初始轨道参数。为提高计算效率, 减少无意义计算, 需要利用轨道半长轴、倾角以及升交点赤经进行轨道面关联判断。对两弧段的轨道参数进行求差, 将差值与提前所设阈值进行比较, 若小于阈值, 则对这对弧段做进一步关联计算。完成轨道面判断的待匹配弧段是否属于同一目标, 主要取决于两目标间的夹角是否对应两者的观测时间差与平均运动之间的乘积, 如图 2 所示。该条件在两初始半长轴存在符号相反、大小相等的误差时, 仍然成立。下文对其原理进行简要介绍。

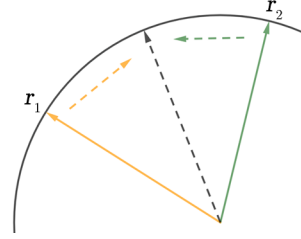


图 2 同一空间目标两时刻弧段几何关系图

由开普勒第三定律可知, 当半长轴存在误差 Δa 时, 平均运动的误差为:

$$\Delta n = -\frac{3\mu}{2a} \Delta a \quad (12)$$

由两时刻的平均运动, 计算传播至中间时刻 $\frac{t_2 + t_1}{2}$ 的向量夹角可得:

$$\phi = (n_1) \frac{t_2 - t_1}{2} + (n_2) \frac{t_2 - t_1}{2} - |\Delta\mu|, \quad (t_2 > t_1) \quad (13)$$

其中, $\Delta\mu$ 为传播前两向量夹角。由上式得, 因半长轴误差而引起的夹角误差为:

$$\Delta\phi = (\Delta n_1 + \Delta n_2) \frac{t_2 - t_1}{2}, \quad (t_2 > t_1) \quad (14)$$

从式 (14) 可知, 若 $\Delta n_1 = -\Delta n_2$, 则 $\Delta\phi = 0$ 。同时, 若 $\Delta a_1 = -\Delta a_2$, 亦 $\Delta\phi = 0$ ^[11]。

本文将简化常规摄动规模型 (simplified general perturbations4, SGP4) 应用于轨道参数传播。SGP4 模型是由 NORAD 开发的应用于 TLE 轨道预报模型, 该模型考虑了地球的非球形引力、太阳辐射压、日月引力以及大气阻力等摄动影响^[20]。SGP4 模型所需的输入量包含 B_{star} 系数。本文通过统计观测目标在 NORAD 数据库中的 B_{star} 系数, 从而选用经验值 (00000-0) 作为代入量。其余输入计算量, 可以由初始轨道参数计算得到^[21]。

将两历元轨道参数外推至中间时刻。若夹角误差大于所设阈值 (经验值-倾角差/50), 则说明两者不属于同一目标, 或属于同一目标但半长轴误差之和不趋近于 0。对两者半长轴加上相同改正值 δa , 并做进一步判断。采用牛顿迭代法求取, 半长轴初始可取 $\delta a_0 = 0$, 由 $k-1$ 步的半长轴改正值 δa_{k-1} , 迭代计算第 k 步的改正值 δa_k , 可表示为:

$$\delta a_k = \delta a_{k-1} - \Delta\phi_{k-1} \frac{\partial(\delta a)}{\partial(\Delta\phi)}, \quad (15)$$

式中 $\frac{\partial(\delta a)}{\partial(\Delta\phi)}$ 为 $\Delta\phi$ 对 δa 的偏导数的倒数, 由差分法求得。相应的半长轴为 $a_{1k} = a_{1k-1} + \delta a_k$ 和 $a_{2k} = a_{2k-1} + \delta a_k$ 。迭代求解 δa , 直到 $\Delta a_1 = -\Delta a_2$ 时, 循环结束。

2.2.2 基于关联轨道的初轨确定

由于 2.1 节所提初轨确定方法是基于小偏心率的约束进行计算，这不利于偏心率略大的轨道参数求解；因此在实现初始轨道关联后，可选用 Gooding 算法进行轨道参数计算，以提高精度。1993 年，Gooding 引入了一种仅角度数据的初始轨道确定算法，其被证明比其他传统方法有着更快的收敛速度和更高的精度。然而 Gooding 算法存在对初值选择依赖性强，受短弧影响大等问题，使得其在处理甚短弧观测数据时会出现不收敛或者不合理结果等情况^[22]。采用上述章节所提算法，可得到精度在一定范围内的初值和关联后的弧段数据，为 Gooding 算法提供良好基础。

Gooding 算法假设两时刻斜距值，利用 Lambert 方程求解中间时刻目标的方向向量，并与观测值对比构成目标函数，以 Halley 过程为迭代方法，循环求解得到两斜距值。其计算步骤如图 3 所示。

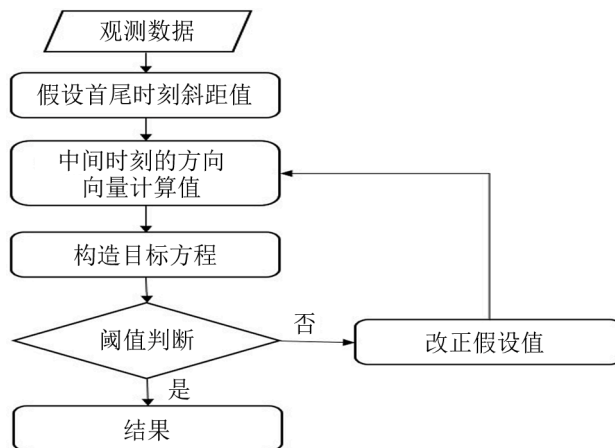


图 3 Gooding 算法流程图

2.3 基于地基光学观测的多约束初轨确定

经过 2.1 节和 2.2 节的介绍，可以了解到本文所提方法的起因、原理和细节，将这些计算步骤进行合理组合，可以得到完整的对 GEO 目标进行初轨确定方法。首先，利用小偏心率约束进行初始轨道参数计算，使得成功率得到提高。再以初始参数为基础，进行轨道关联，来扩大目标的观测弧长。若关联成功，即可利用关联结果再次定轨，从而提高所求轨道参数的精度。

3 分析与讨论

3.1 地基实测 GEO 目标数据

2019 年，中国科学院国家天文台长春人造卫星观测站在吉林天文观测基地开工建设了新型多功能阵列结构型光电探测平台。该设备由 4 台 28 cm 光学口径望远镜组成，探测器

终端选用 CMOS 相机, 观测模式采用长短曝光相结合方式, 按观测计划对目标空域进行搜索, 主要针对地球同步轨道目标开展观测。每台望远镜的口径为 (280 ± 2) mm、焦距为 324 mm、视场角为 42.25 平方度, 探测能力在 19 mag 天光观测条件下, 可达到 16.5 mag, 测量精度优于 $9''$, 采样间隔约 3.4 s^[23, 24]。

为获得观测所得到的弧段所属的目标信息, 可将 TLE 数据与观测弧段进行匹配。本文采用的匹配方法为: 通过 SGP4 模型对所有已编目的近地目标进行预报, 得到观测时刻的轨道根数。利用轨道根数与观测站的位置计算出理论上的观测值。遍历计算这些理论观测值与实测观测值的赤经、赤纬差异。计算结果中差异最小且符合判定阈值的, 即可判定为目标匹配成功^[25]。

利用该系统在 2021 年 5 月 15 日的 GEO 目标观测数据, 进行目标匹配。图 4a) 给出了观测弧段的弧长分布情况, 其中弧长小于 100 s 的弧段占比超 99%。图 4b) 展示了偏心率的分布情况, 偏心率小于 0.01 的目标数量占比约为 95%。图 5 给出观测目标的轨道半长轴和倾角的分布情况, 从中可以看出观测到的目标高度在 40 000 km 以上, 属于 GEO 目标; 轨道倾角主要分布于 $0^\circ \sim 25^\circ$ 。

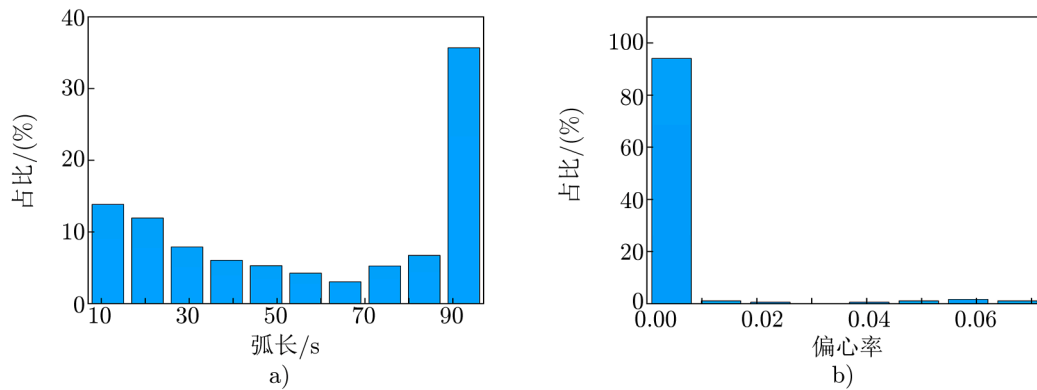


图 4 a) 弧长分布; b) 偏心率分布

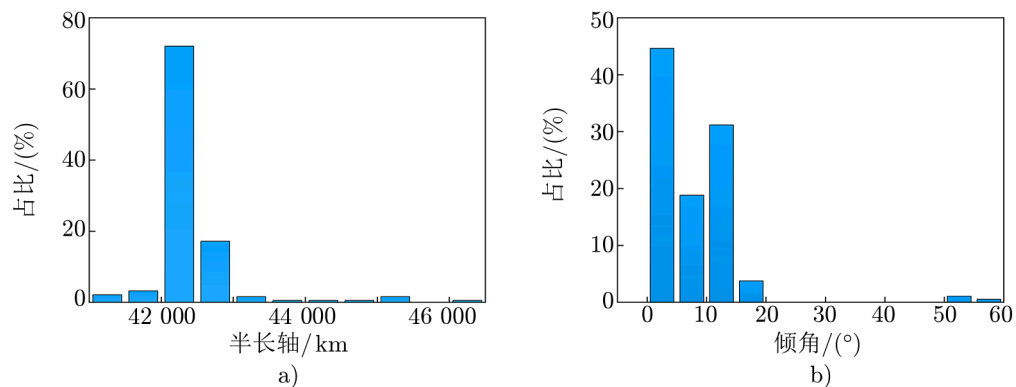


图 5 a) 半长轴分布; b) 倾角分布

3.2 单弧段初轨确定结果

对上述实测数据, 分别利用 Double-R 算法、Gauss 算法、Gooding 算法和本文方法进行单弧段的初轨确定。本文中, 计算收敛即为成功, 解算结果中半长轴的范围在 40 000~46 000 km 即为结果有效。这种有效率的定义方式主要由 GEO 轨道分布情况决定, 并不会使得结果倾向于本文所提方法。表 1 和 2 展示了 4 种算法 (Gauss、Double-R、Gooding 和本文方法) 的成功率、有效率和计算时间的对比。上述实验均是基于 MATLAB 语言完成, 所用平台为 MATLAB R2022a。实验所用计算机的处理器为 AMD Ryzen 5 5600U @ 2.30 GHz。

由表 1 和 2 可知本文所提算法在不同弧长情况下, 成功率和有效率都最高, 均超过了 95%。在弧长为 0~60 s 的情况下, 有效率为 95.2%, 比 Gooding 算法分别提高了约 74%。弧长为 60~90 s 时, 提高约 56.8%。其次, 通过对比可知, 当弧长减少时, 所有算法的成功率均有所下降; 这主要是由于弧长的减少, 使得观测数据的几何约束性变得不足, 导致无法收敛。综上所述, 本文所提的初轨确定算法, 通过增加 GEO 目标小偏心率的约束条件, 很大程度地避免了观测弧长短所导致的病态几何问题, 从而大幅提高了成功率和有效率。

表 1 观测弧长为 60~90 s 的初轨确定算法对比表

算法	成功率/(%)	有效率/(%)	计算时间/s
Double-R	12.9	0.37	0.015
Gauss	80.3	2.3	0.007
Gooding	78.0	0.86	0.026
本文方法	99.9	98.4	0.048

表 2 观测弧长为 0~60 s 初轨确定算法对比表

算法	成功率/(%)	有效率/(%)	计算时间/s
Double-R	18.1	0.11	0.014
Gauss	41.3	3.3	0.005
Gooding	43.8	0.46	0.024
本文方法	99.9	96.6	0.034

图 6—8 展示了利用 Gooding 算法和本文算法, 对弧长为 60~90 s 数据求解的半长轴误差、倾角误差和偏心率误差的统计结果。以公开的 TLE 数据库的轨道参数作为真值, 误差为 $\varepsilon = |O - C|$, O 为计算值, C 为真值。本文方法的求解精度在各个参数上均表现最好。以半长轴为例, 图 6 中绿色点线为本文方法, 红色为 Gooding 算法。Gooding 算法的误差分布区间为 0~40 000 km, 本文方法为 0~10 000 km; 其次, 通过放大图可以看出, 误差小于 200 km 的内, Gooding 算法占比不足 1%, 而本文方法达到约 93%。由此可知, 本文方法在求解结果的精度和准度上均有极大优势。

表 3 展示了利用本文方法求解不同弧长数据的初轨确定误差对比。根据结果可知, 当弧长增加时, 整体的求解误差随之减小。以半长轴为例, 误差小于 200 km 的占比, 在弧长大

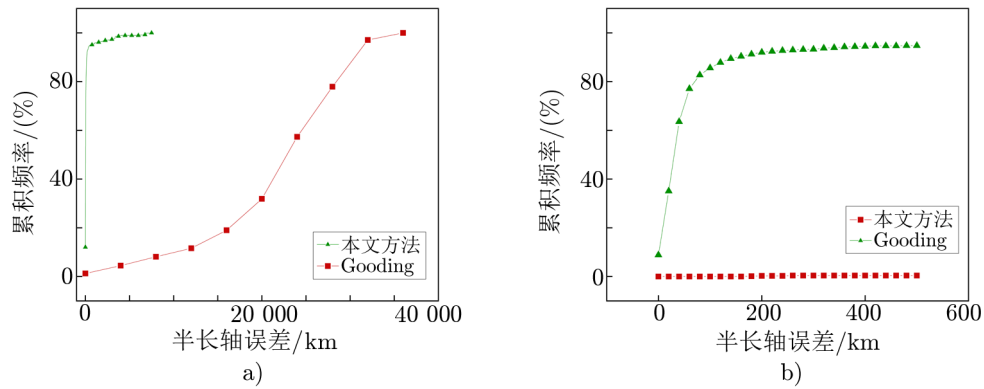


图 6 a) 弧长为 60~90 s 观测数据的半长轴误差分布; b) 半长轴误差对比局部放大

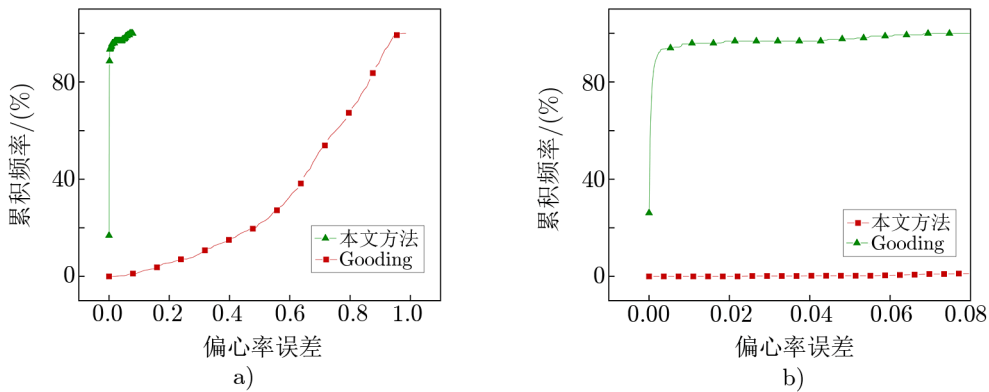


图 7 a) 弧长为 60~90 s 观测数据的偏心率误差分布; b) 偏心率误差对比局部放大

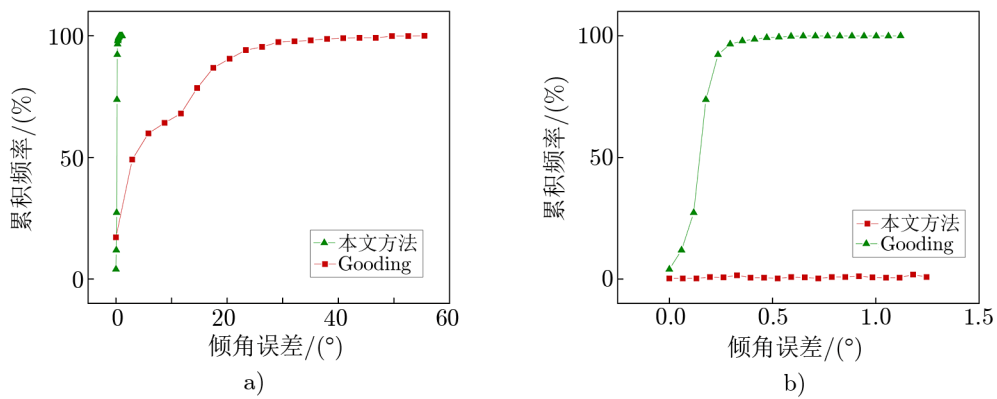


图 8 a) 弧长为 60~90 s 观测数据的倾角误差分布; b) 倾角误差对比局部放大

于 60 s 时为 93.6%，弧长小于 60 s 时为 65.8%。图 9 为半长轴误差与偏心率误差的分布图。可以看出，偏心率误差超过 0.01 时，半长轴误差均大于 450 km，且半长轴误差小于 400 km 的目标，偏心率误差均小于 0.01。这主要是由增加的小偏心率约束所引起的。

表 3 不同弧长数据的初轨确定误差对比

弧长/s	半长轴误差 (<200 km)占比/(%)	倾角误差 ($<1^\circ$)占比/(%)	升交点赤经误差 ($<3^\circ$)占比/(%)
0~60	65.8	86.8	79.6
60~90	93.6	99.9	96.4

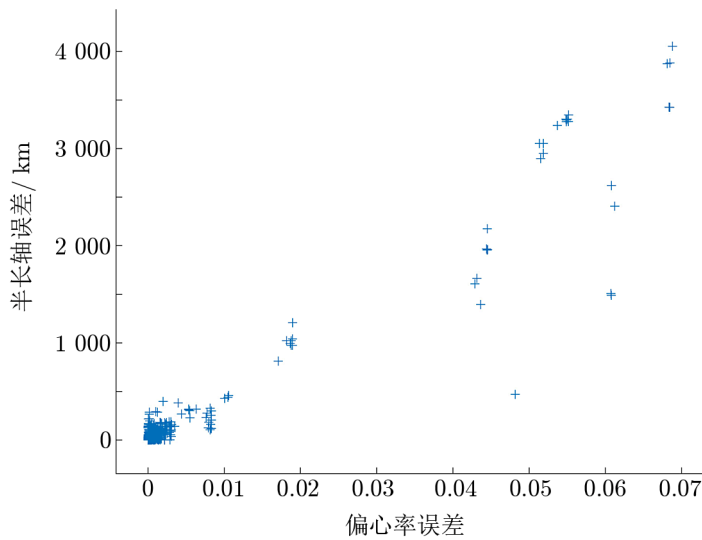


图 9 半长轴误差与偏心率误差分布示意图

3.3 利用关联结果进行轨道确定

由 3.1 节所提的匹配已编目目标的方法，对观测弧段之间的关联关系进行确定，所得结果作为验证 UCT 关联的标准。将得到关联关系的弧段作为关联对象，来验证 2.2.1 节的 UCT 方法，输入轨道参数为本文方法求解的结果。TP (true positive) 为两弧段为同一目标，且关联结果判断为同一目标；FN (false negative) 为两个弧段不是同一目标，且关联结果判断为不是同一目标。这两个指数对于 UCT 关联极为重要，是评估该方法可靠性的重要依据。经计算，本研究所得的 TP 和 FN 均较高，TP 为 86.8%，FN 为 90.2%，但是仍然存在一定的不确定性。为了提高关联可信度，将 3 个弧段彼此均关联成功作为共属于同一目标的标准。

针对误差较大的目标（共 78 个目标），利用 Gooding 算法对关联弧段进行轨道参数的计算。表 4 展示了半长轴、倾角和偏心率的误差与关联弧段数（间隔不超过 3 h）之间的关系。表中数值代表参数的平均误差值。从表中可以看到，随着弧长增加，各个参数的误差

整体呈现减小趋势, 尤其为在单参数法中难以确定的偏心率误差。以半长轴误差为例, 当关联弧段为 2 时, 误差大小为 21 995.61 km。这主要是因为观测点的弧长和选点分布对于 Gooding 算法的影响都较为明显, 加之同步轨道目标的轨道高度较高, 误差也因此更显著。关联弧段数为 3 时, 误差大小变显著下降至 161.90 km; 而当关联弧段数为 6 时, 误差大小则仅为 30.12 km。利用关联弧段进行轨道参数求解, 半长轴精度和偏心率精度可提高 3 个数量级, 倾角精度可提高 1 个数量级。半长轴与偏心率误差提升程度更高的原因在于两者对于卫星位置的距离信息较为敏感, 而倾角仅依赖于角度信息。由上述结果可以看出, 弧段关联对于轨道参数求解, 在精度方面有着明显的帮助, 且随着关联弧段数量的增加, 效果越显著。

表 4 关联后轨道参数平均误差

轨道参数	关联弧段数 为 2	关联弧段数 为 3	关联弧段数 为 4	关联弧段数 为 5	关联弧段数 为 6
半长轴误差/km	21 995.61	161.90	66.10	77.92	30.12
偏心率误差	0.57	0.002 6	0.001 0	0.001 3	0.0005 9
倾角误差/(°)	11.47	0.14	0.17	0.16	0.17
平均弧长/s	950	3 636	5 458	6 846	7 508

4 总结与展望

本文针对 GEO 目标的甚短弧初轨确定问题, 提出了多约束初轨确定算法, 通过增加小偏心率约束, 提高了收敛性和精度, 多弧段关联增强弧长约束来降低误差。通过大量实测数据对所提初轨确定算法进行了验证, 结果表明, 该算法对于弧长小于 90 s 的 GEO 目标弧段成功率达到 95% 以上, 对于弧段关联关系的 TP 和 FN 可达 90% 左右, 利用关联弧段增加观测弧长, 弥补了少部分轨道因偏心率而导致的误差较大的不足, 使得半长轴误差改进至 30 km 左右。整体而言, 本文方法在成功率和精确度方面比传统方法都有很大提升。由此得到的结果为地基光学空间目标监测提供了稳定的输入, 为我国空间态势感知任务提供了参考。

参考文献:

- [1] Space debris by the numbers. https://www.esa.int/Space_Safety/Space_Debris/Space_debris_by_the_numbers
- [2] 乔凯, 王治乐, 丛明煜. 光学技术, 2006, 05: 744
- [3] 余建慧, 苏增立, 谭谦. 量子电子学报, 2006, 06: 772
- [4] Li B, Sang J, Chen J. Advances in Space Research, 2018, 62: 11
- [5] Zhao G, Liu L, Li B, et al. Acta Astronautica, 2022, 200: 506

- [6] 李鑫冉. 博士论文, 合肥: 中国科学技术大学, 2018: 2
- [7] Vallado D A. *Fundamentals of Astrodynamics and Applications (Fourth Edition)*. New York: Microcosm Press, 2013: 433
- [8] Escobal P R. *Method of Orbit Determination*. New York: John Wiley and Sons, 1965: 272
- [9] Gooding R H. *A New Procedure for Orbit Determination Based on Three Lines of Sight (Angles Only)*. Farnborough Hampshire: DRA, 1993: 3
- [10] Gooding R H. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 1990, 48: 145
- [11] Sang J, Lei X, Zhang P, et al. In *Proceedings of the 7th European Conference on Space Debris*, Germany: Darmstadt, 2017: 18
- [12] Milani A, Gronchi G F, Zoran Knežević, et al. *Icarus*, 2005, 179(2): 350
- [13] 赵广宇. 博士论文, 武汉: 武汉大学, 2020: 28
- [14] 吴连大, 贾沛璋. *天文学报*, 1997, 03: 288
- [15] 刘磊. 博士论文, 长沙: 国防科技大学, 2010: 75
- [16] 吴连大. *人造卫星与空间碎片的轨道和探测*. 北京: 中国科学技术出版社, 2011: 163
- [17] Herrick S. *Astronomical Society of the Pacific*, 1952, 64: 237
- [18] Arvind S K. *Dissertation*, Texas: Texas A&M University, 2016: 32
- [19] Fujimoto K. *Dissertation*, Boulder: University of Colorado at Boulder, 2013: 55
- [20] 刁宁辉, 刘建强. *遥感信息*, 2012, 27(04): 64
- [21] Hoots F R, Ronald L R. *Models for Propagation of NORAD Element Sets*. US: Aerospace Defense Command. 1980: 10
- [22] 赵柯昕, 甘庆波, 刘静. *航空学报*, 2023, 44: 268
- [23] Jiang P, Liu C, Yang W, et al. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 2022: 259
- [24] 牛炳力, 刘承志, 李振伟, 等. *天文研究与技术*, 2021, 18(04): 554
- [25] 丁一高. 硕士论文, 北京: 中国科学院大学, 2019: 15

Initial Orbit Determination for GEO Space Objects Based on Ground-based Optical Telescopes

YIN Ye-wen^{1,2}, LI Zhen-wei^{1,3}, LIU Cheng-zhi^{1,3}, KANG Zhe¹, SUN Jian-nan^{1,2}

(1. *Changchun Observatory of National Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130117, China;* 2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;* 3. *Key Laboratory of Space Object & Debris Observation, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008, China*)

Abstract: During the monitoring of GEO (geosynchronous Earth orbit, GEO) space objects, there is a problem of failure in solving the initial orbital parameters due to the short arc length of the observation data. A multi-constraint initial orbit determination method for ground-based optical observation is proposed to address the problem. Firstly, a single-parameter orbit determination method is established from the small eccentricity of GEO space debris orbits to improve the solution success rate and accuracy. Secondly, based on Kepler's laws and the coplanar properties of short arcs, the observed arc segments are cor-

related to increase the information and geometrical constraints of the observations. Finally, the solution accuracy is further improved by utilizing associated arc segments, making the algorithm more widely adaptable to orbit types. The method was validated using the real observations from the large-field telescope at the Changchun Observatory. The results show that the method can solve the orbit parameters quickly and efficiently. The percentage of the error of semi major axis less of GEO objects than 200 km reaches 93.6% (average arc length is 70 s). Based on the calculated value and the proposed correlation method to blackuce the error due to the eccentricity constraints, the error of semi major axis can reach 30 km for some targets. The method will provide technical support for the field of space situational awareness in China.

Key words: IOD; space debris; very short arc; GEO