

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2025.02.10

地面激光干涉引力波探测器的 长度传感与控制

刘芳菲¹, 王梦瑶¹, 张帆^{1,2}

(1. 北京师范大学 物理与天文学院, 北京 100875; 2. 北京师范大学 自然科学高等研究院, 珠海 519087)

摘要: 地面激光干涉引力波探测器在运行过程中, 其内部的光学系统会受到各种噪声的干扰而产生不可控的位移。为了提高探测器的灵敏度, 使其能够探测到微弱的引力波信号, 必须通过长度传感与控制系统, 确保探测器中的多个光学谐振腔保持在共振状态, 并在此基础上设计引力波信号的读出方案。从激光干涉引力波探测器的构型出发, 介绍了长度反馈控制的基本原理以及参数设计原则, 结合目前正在运行的 Advanced LIGO、Advanced Virgo 和 KAGRA 控制系统的具体参数, 详细分析了长度传感与控制系统在引力波探测器中的工作原理和应用。

关键词: 反馈控制系统; 长度传感与控制; 激光干涉仪; 引力波探测器

中图分类号: P111.47 **文献标识码:** A

1 引言

1915 年, 爱因斯坦的广义相对论深刻揭示了引力的本质, 并预言了引力波的存在^[1], 为引力波天文学奠定了理论基础。自 20 世纪 60 年代激光器发明以来, 人们便提出了利用激光干涉原理测量引力波的想法。20 世纪 90 年代, 千米级的大型激光干涉引力波探测器陆续在世界各地开始筹建, 并在 21 世纪初建设完成并投入运转。它们分别是美国的 LIGO (Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory)^[2], 意大利和法国合建的 Virgo^[3], 德国和英国合建的 GEO600^[4], 以及日本的 TAMA300^[5]。它们是第一代引力波探测器, 在第一代探测器的基础上进行了多年的建设和改造。完成技术升级后, 第二代激光干涉引力波探测器投入使用, 分别是 Advanced LIGO^[6]、Advanced Virgo^[7] 以及日本的 KAGRA^[8]。它们在全频带上实现了更高的引力波探测灵敏度。终于, 在 2015 年 9 月, Advanced LIGO 首

收稿日期: 2024-06-07; 修回日期: 2024-08-07

资助项目: 国家自然科学基金 (12073005, 12021003); 国家重点研发计划 (2023YFC2205800); 中央高校基本科研业务费专项资金 (310432103)

通讯作者: 王梦瑶, mengyao.wang@bnu.edu.cn

次探测到双黑洞并合所产生的引力波信号^[9], 这一里程碑式的成果标志着人类正式开启了观测宇宙的全新窗口。2017 年, 科学家们不仅成功探测到双中子星系统产生的引力波信号^[10], 而且还捕捉到了其电磁波段的对应体, 这一引力波与电磁波的联合观测开启了多信使天文学的新时代。此后, LIGO 和 Virgo 合作组又多次探测到由双黑洞和双中子星等天体源所发出的引力波信号。

目前, 第三代引力波探测器, 如欧洲的爱因斯坦望远镜 (Einstein Telescope, ET)^[11] 和美国的宇宙勘探者 (Cosmic Explorer, CE)^[12] 也正在筹备中。

地面引力波探测器基于迈克尔逊干涉仪测量位移的原理, 通过测量两臂的长度变化来探测引力波信号。然而, 引力波信号十分微弱, 即使是较强的引力波信号, 引起的千米级探测器长度变化也只有 10^{-19} m 量级。因此, 即使是幅度非常小的镜面位移也会影响探测器的精度, 甚至可能掩盖引力波信号。为了进一步提高探测器的灵敏度, 当今的引力波探测器使用双循环法布里-珀罗干涉仪构型, 包含功率循环腔、信号循环腔和两个臂腔。为了使每个谐振腔都能发挥应有的作用, 必须保证光腔长度满足设计参数, 维持在所需的共振条件下。然而, 引力波探测器会受到各种噪声的影响, 例如由地震、板块运动、暴风雨、潮汐以及人类活动引起的地震噪声等。这些噪声会导致光学器件在低频段产生微米级的位移, 从而使探测器中的光场产生快速且不可预测的变化。

因此, 为了使引力波探测器达到设计时所期望的性能, 在探测器开始工作之前, 必须引入主动控制系统来精确控制组成谐振腔的镜子位置, 使干涉仪从不受控制的非谐振状态转变为稳定且受控的全局状态。具体而言, 需要确保干涉仪中包含的多个谐振腔都处于共振状态, 并且干涉仪的输出端口处于暗条纹处, 即“工作点”, 此时探测器达到对于引力波信号的最佳灵敏度。在引力波探测器的运行过程中, 也需要对每个光学元件进行实时的反馈控制, 以确保探测器始终保持在能够探测到微弱引力波信号的工作点 (即“锁定”)。

这一目标需要通过长度传感与控制 (length sensing and control, LSC) 子系统来实现。LSC 的组成部分包含传感器和驱动器等, 前者用于感知长度偏移量的大小, 而后者则用于对镜子进行微小的调整。这两者通过反馈控制回路共同实现对镜子位置的极高精度控制。

文本第 2 章包括引力波探测器长度控制系统的基本知识和控制原理, 并介绍干涉仪探测引力波信号时的工作状态; 第 3 章介绍引力波信号的读出方案, 并结合 Advanced LIGO、Advanced Virgo 和 KAGRA 分析干涉仪传感控制系统的设计方法; 第 4 章以 Advanced LIGO 的具体技术参数为例, 深入分析长度传感与控制系统的特性参数及技术细节; 最后, 进行总结与展望。

2 长度传感与控制系统简介

地面激光干涉引力波探测器包含多个光学谐振腔, 其组成包括多个悬挂测试质量和光学元件, 只有当所有光学元件精确保持在预先设计的位置时, 激光才能在干涉仪中共振。然而, 当干涉仪处于不受控状态时, 各个光学元件都会受到地震噪声的影响, 在低频处产生微

米级的镜面位移；这会导致干涉仪出现多个干涉条纹之间跳动的现象，几乎不可能从中提取出引力波信号^[13]。因此，在探测器工作的过程中，精准的长度控制必不可少。

长度传感与控制（LSC）子系统的作用便是维持探测器各个谐振腔的光学共振，以最小化噪声的干扰，使探测器达到可以探测引力波信号的状态，并提供引力波读出信号^[14]。LSC子系统的组成部分包括光电探测器、解调制电子器件和滤波器等。LSC子系统的设计内容包括制定干涉仪传感方案，计算调制频率、谐振腔宏观长度等参数^[15]。在探测器工作期间，LSC子系统将通过PDH技术，反馈控制各个自由度的长度，将干涉仪从各个长度自由度不受控制的状态，带到全局受控的工作点，并通过微调探测器的参数来匹配目标引力波源。实现上述目标的三个过程：锁定获取、过渡模式和科学模式，将在2.3节进行介绍。

2.1 干涉仪构型与长度自由度

早在1963年，研究者就已提出利用迈克尔逊干涉仪测量位移的原理来探测微弱的引力波信号的想法。为了提高地面激光干涉引力波探测器对引力波信号的响应能力，在干涉仪的两个臂中各添加一个谐振腔，形成法布里-帕罗干涉仪。如图1a)所示，它包含3个长度自由度（degree of freedom），分别是迈克尔逊差分长度（Michelson differential length, MICH）、差模臂长（differential arm length, DARM）和共模臂长（common arm length, CARM）。这些自由度的表达式分别为：

$$\begin{cases} MICH = l_x - l_y \\ DARM = L_x - L_y \\ CARM = L_x + L_y \end{cases} \quad (1)$$

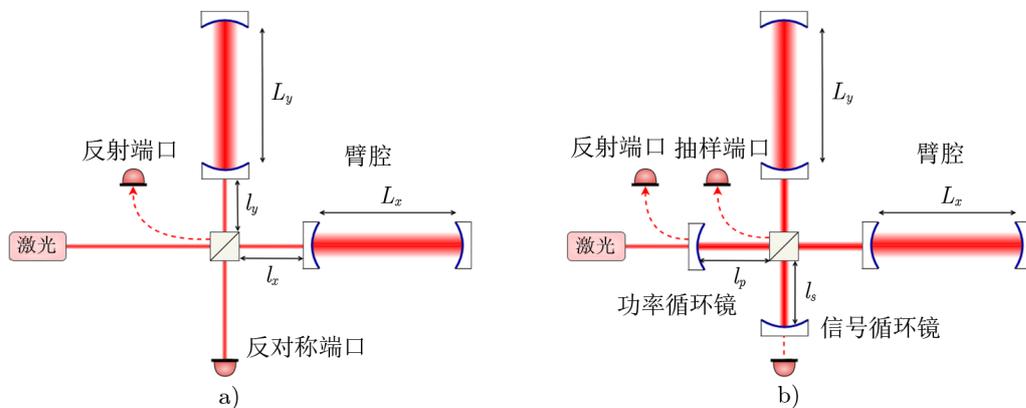


图1 地基激光干涉引力波探测器采用的法布里-帕罗干涉仪和双循环法布里-帕罗干涉仪光学构型

当引力波信号垂直入射时，会在一个方向上将空间拉伸，而在与之垂直的方向上压缩空间，因此引力波信号会增加一个臂的长度，同时让另一个臂的长度减小。引力波信号的这种特性正好与差模臂长自由度 DARM 对应。换句话说，引力波信号与差模臂长的运动模式耦合在一起。因此，差模臂长被认为是引力波探测器中最重要的长度自由度，故将其称为主自

由度, 而其他长度称为辅助自由度^[16]。

1988 年, Meers^[17] 提出在激光器的入射端口和输出端口各设置一个部分反射镜, 分别称为功率循环镜和信号循环镜。建于 20 世纪 90 年代的第一代 LIGO 采用了功率循环法布里-帕罗干涉仪光学构型^[18]; 第二代引力波探测器 Advanced LIGO 在此基础上添加了信号循环系统, 即双循环法布里-帕罗干涉仪光学构型, 如图 1b) 所示。功率循环腔的作用是增加进入干涉仪的光强, 从而增强探测器对引力波信号的响应; 此外, 功率循环腔的引入还有助于减少激光噪声。信号循环腔的作用是将携带引力波信号的光反射回干涉仪, 与仍在干涉仪中循环的携带了引力波信号的光产生干涉相长。它在一定程度上降低了探测器的带宽, 但与此同时放大了低频的引力波信号。通过改变信号循环腔的谐振情况, 还可以获得在特定频率处的最佳灵敏度。双循环系统的加入进一步增加了探测器的灵敏度, 但也增加了两个需要控制的长度自由度, 分别为功率循环腔长 (power recycling cavity length, PRCL) 和信号循环腔长 (signal recycling cavity length, SRCL)。其表达式为:

$$\begin{cases} PRCL = l_p + (l_x + l_y)/2 \\ SRCL = l_s + (l_x + l_y)/2 \end{cases} \quad (2)$$

现今, 世界各地的激光干涉引力波探测器大多采用或即将采用双循环法布里-帕罗干涉仪构型, 具有 5 个需要控制的长度自由度。通过在干涉仪的不同位置放置光电探测器, 长度传感与控制系统具有多个读出端口 (read-out port), 每个读出端口都能获取反映各个长度自由度偏移量的误差信号。对于不同的引力波探测器, 读出端口的数量和位置有所差异。但一般而言, 都会包括反射端口 (reflection port, REFL)、抽样端口 (picking-off port, POP) 和反对称端口 (anti-symmetric port, AS) 等。它们的位置如图 1 所示, 分别对应功率循环镜的反射光场、功率循环腔中的循环光场以及信号循环镜的透射光场。由于激光干涉仪的特性, CARM 和 DARM 长度自由度的改变会分别导致中央分束镜 (beam splitter) 处反射光和透射光强度的改变, 因此在设计控制方案时, 常使用反射端口或抽样端口的信号来控制 CARM 自由度, 用反对称端口的信号来控制 DARM 自由度。除此之外, 两个臂腔的透射光也被用于获取传感信号。

2.2 线性反馈控制系统简介

为了确保探测器在工作过程中始终维持在适合探测引力波信号的状态, 必须通过反馈控制系统对干涉仪的各个长度自由度进行控制, 以确保它们满足谐振条件。典型的控制系统回路如图 2 所示。

扰动信号被输入到设备上, 设备的输出信号被传感器接收, 然后使用滤波器改变其形状, 再将经过滤波的信号施加到驱动器上。上述每个部分都可近似看作是线性时不变 (linear time invariant, LTI) 系统。对于每个 LTI 子系统, 输出与输入之间的关系被称为传递函数 (transfer function)。例如, 在频域中, 我们可以将滤波器的传递函数写为 $F = \text{输出}/\text{输入}$ 。因此, 我们可以将控制回路一圈的级联传递函数, 即系统的开环增益 (open loop gain) 用 G 表示, 它可写为:

$$G = PSFA, \quad (3)$$

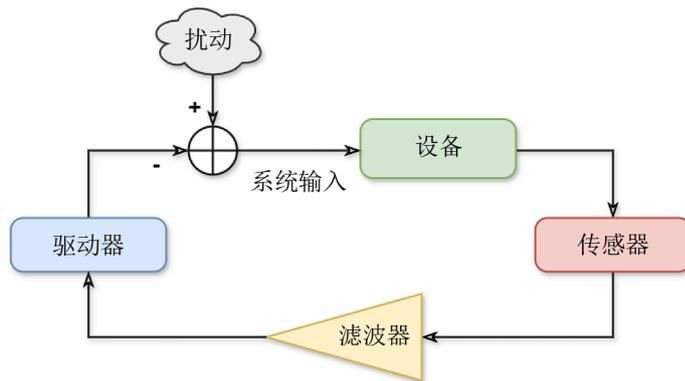


图 2 简化的线性反馈控制系统模型框图

式中的 P 、 S 、 F 和 A 为传递函数，分别对应系统中的设备、传感器、滤波器和驱动器。当扰动被引入系统时，它将在运行一圈后与自身叠加。如图 2 所示，向设备注入扰动，经过计算，实际进入设备的信号大小为：

$$\text{闭环增益} = \frac{\text{系统输入}}{\text{扰动}} = \frac{1}{1+G} \quad (4)$$

上式中的闭环增益（close loop gain）可视为系统外到系统内的传递函数。当信号被注入到环路内时，其强度立刻乘以闭环增益的大小，变为原始信号的 $1/(1+G)$ 倍。因此，通过调节开环增益 G 的值，可以实现对注入信号不同程度的抑制。对于开环增益很大 ($G \gg 1$) 的系统，外部输入信号会被强烈抑制。因此，在设计引力波探测器的控制回路时，可以利用这种特性来减小噪声对系统的影响。

在实际应用中，LTI 系统不可能有无限快的响应速度，存在一定的响应时间。具体而言，对于引力波探测器中的各个反馈控制回路，开环增益 G 会在高频下减小，因此存在最大有用频率。一般情况下，这个频率被认为是 G 为单位值时的频率，称为单位增益频率（unity gain frequency, UGF）。UGF 代表着伺服回路的带宽，即控制回路可以“起作用”的最高频率。

对于单个法布里-帕罗谐振腔，为了实现对其腔长的精准控制，需要采用 PDH（Pound-Drever-Hall）技术^[19]。在这个系统中，设备、传感器、滤波器和驱动器的位置如图 3 所示。在光路中加入电光调制器（electro-optic modulator, EOM），它外接的信号发生器也称为本地振荡器。本地振荡器所产生的本振信号用于驱动 EOM，其频率被称为调制频率，通常位于射频波段。将它们加入光路后，入射激光频率两侧会产生一对边带。通过适当设置调制频率，可使得两个边带尽可能地远离谐振腔共振，即大部分边带频率的光都被反射。因此，定性地说，两个边带的相位基本不受腔长变化的影响；相反，入射激光即载波在臂腔内共振，其相位变化量携带了谐振腔长度变化的信息。通过比较这两者的差异，可以确定谐振腔长度偏移量的大小。

具体而言，系统的传感器由光电探测器和混频器组成，二者分别负责将光信号转换为电

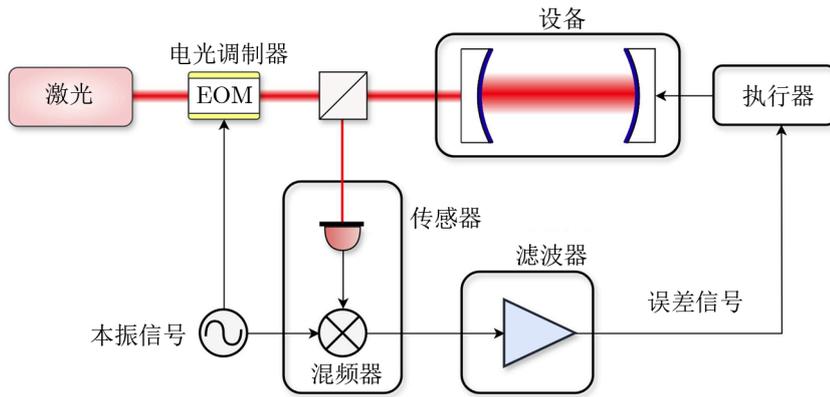
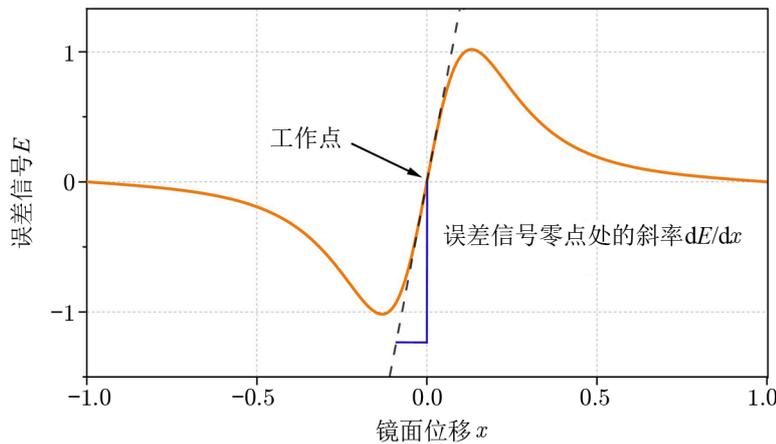


图 3 使用 PDH 技术实现单个法布里-帕罗谐振腔长度反馈控制的系统

信号以及将该电信号与本振信号进行混频。与信号发生器相位相同的解调相位称为 I 相位，而垂直方向则称为 Q 相位。传感器系统的输出信号经过滤波器处理后，就可以得到体现调整谐振腔长度大小和方向的误差信号。

误差信号的形状如图 4 所示，它是一个过零点的双极信号^[20]。对于单个法布里-帕罗谐振腔系统来说，误差信号的零点即为工作点，对应着谐振腔的长度精确满足共振条件。控制系统的功能便是将谐振腔保持在工作点。在工作点附近的小范围内，误差信号与镜面位移呈线性关系。该线性区域的宽度由谐振腔的锐度 (finesse) 决定。在这个范围内，误差信号是系统与其工作点偏差成正比的信号，而在工作点处的切线斜率 dE/dx 则反映了控制系统增益 (gain) 的大小。最后，将误差信号反馈给与光学元件相连的执行器。在实践中，常使用压电陶瓷实现对谐振腔长度的微小调整。



注：误差信号是镜面位移量 x 的函数，它的零点称为工作点。工作点处的斜率表示反馈控制系统的增益大小。

图 4 单个谐振腔误差信号的示意图^[20]

该控制系统仅具有一个输入（即腔长的变化量）和一个输出（即通过 PD 解调得到的误差信号）。这种系统被称为单输入-单输出（single-input single-output, SISO）系统。

然而，激光干涉引力波探测器具有多个读出端口和需要被控制的长度自由度。当其中一个自由度的长度发生变化时，所有读出端口处光电探测器的电压都会发生变化；此外，读出时的解调制频率和相位也会影响信号的大小。与 SISO 系统不同，这种情况被称为多输入-多输出（multiple-input multiple-output, MIMO）系统。

对于 MIMO 系统，输入与输出之间的关系无法简单地用传递函数描述，而是需要一个矩阵来描述长度变化量 L 和读出电压 P 之间的关系，即传感矩阵 M ^[21]：

$$P = ML \quad (5)$$

传感矩阵中的每个元素都是输出信号对光学器件位移量的导数，其数值是在工作点附近误差信号的斜率，即读出电压对于长度变化的敏感程度，单位为 $W \cdot m^{-1}$ 。功率循环腔和信号循环腔的存在导致各个长度自由度之间存在强耦合。循环腔的状态对臂腔中循环的光功率有很大影响，而臂腔的状态可以决定干涉仪的输出信号^[22]。因此，传感矩阵通常是非对角化的，需要选择适当的误差信号来控制各个长度自由度，以确保传感强度较弱的自由度（如 SRCL）不会被其他自由度（如 CARM）的传感噪声所淹没。Sato 等人^[23]研究出使传感矩阵对角化的控制方案，该方案减小了探测器噪声造成的影响，并增加了控制的鲁棒性。

通过比较传感矩阵中各个元素的数量级，可以选择最佳的读出端口和误差信号解调频率来控制各个长度自由度。这样就形成了多个控制回路，而每个回路都有相应的增益。除了控制长度的主回路之外，还需要添加辅助回路（auxiliary loops），以最小化引入控制系统所额外带来的传感噪声^[14]。

2.3 干涉仪系统工作状态

LSC 子系统的任务是将干涉仪从各个长度自由度未锁定的状态带到全局受控的状态。它使用 PDH 技术对各个自由度的长度进行反馈控制，以使探测器维持在工作点，并最小化噪声的干扰。在此基础上，还需要针对不同的引力波源微调干涉仪的长度参数，以实现特定波段的最佳灵敏度。实现这些目标需要经历以下三个过程^[14]：

(1) 锁定获取。此过程的目标是使各个长度自由度从全局不受控变为全局受控，并将它们带到工作点。当干涉仪处于不受控状态时，反射镜可以自由移动，其位移幅度可以跨越一个激光波长。由于探测器具有多个耦合的长度自由度，这导致在达到工作点前，系统的响应高度非线性^[22]。在使用 PDH 技术锁进行反馈控制时，每个长度自由度的误差信号只能在工作点附近的小区域内与长度偏移量成线性变化。DARM 和 CARM 自由度的线性区域宽度由臂腔的锐度决定，PRCL 和 SRCL 的宽度分别由功率循环腔和信号循环腔的锐度决定^[24]。干涉仪的锁定获取过程最早由 Evans 于 2002 年提出^[21]，解决了一个重要问题：如何使引力波探测器的每个长度自由度都达到工作点。由于第二代引力波探测器的锁定获取是一个复杂的过程，Advanced LIGO 在锁定获取的过程中使用三倍频解调^[25]和绿光辅助锁定等技术^[22]；而 Advanced Virgo 则是使功率循环腔处于未对准状态，先锁定两个臂腔，然后将整个系统视为一个简单的迈克尔逊干涉仪进行控制，最后锁定两个循环腔^[26]。

(2) 过渡模式。在这个阶段, 调整探测器的参数, 例如入射激光的功率等, 从最适合锁定获取的配置过渡至适合收集引力波数据的模式。

(3) 科学模式。不同种类、不同距离的引力波源发出的引力波信号的频率和强度存在差异。在这个阶段, 通过微调探测器的参数, 例如信号循环腔的失谐角^[27], 来达到某个特定频率的最佳灵敏度, 实现探测器配置与科学目标之间的匹配。

3 长度传感与控制方案设计

除了要在工作期间稳定干涉仪的各个长度自由度, 地面激光干涉引力波探测器 LSC 子系统的职责还包括制定干涉仪传感与控制方案, 具体来说, 需要给出调制频率 (即 PDH 技术中驱动电光调制器的本振频率)。此外, 由于引力波信号与探测器相互作用的方式是改变探测器中谐振腔的长度, 因此 LSC 子系统还负责提供引力波信号的读出方案。在本章中, 我们将分别介绍这两个方面。

3.1 引力波信号读出方案

通常引力波探测器处于工作点时, 干涉仪呈暗条纹, 即通过控制两个臂长, 使输出端口的光发生干涉相消。对于引力波探测器而言, 引力波信号与干涉仪的相互作用使一个臂的长度增加, 同时另一个臂的长度缩短。这种与 DARM 模式耦合的长度变化, 会对臂腔中的载波光产生相位调制, 产生引力波信号边带, 传输到反对称端口。所产生的引力波边带的绝对频率大小为:

$$f_s = f_c \pm f_g, \quad (6)$$

其中, f_s 是输出端口信号的频率, f_c 是载波的频率, 而 f_g 是引力波信号的频率, 通常位于音频范围内。由于 f_s 的频率高达 10^{14} Hz, 探测器无法直接探测, 必须提供一个本地振荡器, 使其与引力波边带产生拍频, 从而实现频率较低的引力波信号 f_g 的读出。在读出端口为探测器提供一个稳定的本地振荡器一共有三种方案, 分别称为外差读出、零差读出和直流读出。

外差读出方案主要应用于第一代引力波探测器。在该技术中, 有意地使 MICH 自由度包含一定的不对称量, 令分束镜到两个臂腔的距离不相等。该不对称量的大小被称为施努普不对称^[28], 即 $l_{sch} = l_x - l_y$ 。它的作用是在载波处于暗条纹的同时, 使射频频边带可以传输到反对称端口, 担任本地振荡器。射频频边带再与引力波信号边带拍频并解调, 最终得到 f_g 信号。

零差读出方案使用分束器, 使一小部分载波光不进入干涉仪, 直接进入输出端口作为本地振荡器。由于本振与信号经历的光路不同, 因此对于用来提供频率参考的载波光的准直和稳定性要求很高, 必须使本地振荡器光路处于真空系统中并进行主动隔振。因此, 零差读出方案对硬件系统有很苛刻的要求, 在实践中难度较大。

直流读出是零差读出的一种特殊情况, 更容易与目前引力波探测器的硬件结合^[29]。在直流读出方案中, 通过使臂腔的长度发生微小的偏移, 即引入暗条纹偏移量使干涉仪的工作

点微微偏离暗条纹，从而使一定数目的载波光到达输出端口，作为本地振荡器。在直流读出中，本地振荡器与引力波信号通过同一个光学系统，保证了探测器的最佳空间折叠。此外，直流读出方案具有更大的信噪比，且在读出端口处拍频光场数量更少，导致噪声减少，同时系统相对于外差读出方案更加简单。由于这些优点，第二代引力波探测器大多采用直流读出方案。需要注意的是，在直流读出方案中，MICH 自由度也存在施努普不对称。但此时它的作用主要是使分束器对不同频率的射频边带产生不同的反射率，这对于 SRCL 自由度的控制起到了重要作用，我们将在第 3 章中介绍。

3.2 调制频率与循环腔长度

激光干涉引力波探测器是一个复杂的多输入-多输出系统，因此，为了实现同时对各个长度自由度的传感与控制，需要设计干涉仪中各个谐振腔的长度和射频边带调制频率。这些射频边带会与载波或者其他频率的边带产生拍频，这些拍频信号包含干涉仪中各个长度自由度的运动信息，通常是多个自由度耦合在一起。因此，对于包含多个谐振腔的探测器，为了尽可能独立地提取各个自由度的信息，大多数第二代地面激光干涉引力波探测器使用多个调制频率，并使它们分别在干涉仪的不同谐振腔内共振^[30]。

图 5 给出一个典型的引力波探测器构型。激光首先进入一个三角形的谐振腔，称为输入端模清洁腔 (input mode cleaner, IMC)，其主要作用是清除入射光束的非基模部分。边带必须在 IMC 中共振，以进入后续光学系统。需要注意的是，所有射频边带都不在干涉仪的两个臂腔中共振。因此，在计算调制频率时，还必须考虑另一个因素：它们必须错过臂腔的谐振频率。谐振腔的共振条件是腔长必须是激光半波长的整数倍，即 $2L = n\lambda$ 。引入谐振腔自由频谱范围 (free spectral range, FSR) 的概念会更加方便理解。已知自由频谱范围定义为 $\Delta f_{\text{FSR}} \equiv c/2L$ ，其中 c 为光速，表示一个腔长为 L 的谐振腔两个相邻共振频率之间的间隔。因此，能够在谐振腔内共振的边带频率都需为相应谐振腔自由频谱范围的整数倍。综上所述，所有用于控制光学系统的边带频率都需要满足：

$$f_{\text{mod}} = \frac{nc}{2L_{\text{mc}}}, \quad f_{\text{mod}} \neq \frac{kc}{2L_{\text{arm}}}, \quad (7)$$

其中， n 和 k 是正整数， f_{mod} 为调制频率， L_{mc} 为模清洁腔的腔长， L_{arm} 为臂腔的腔长。

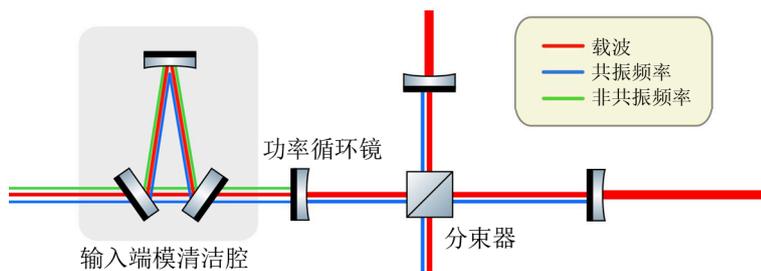


图 5 载波和射频边带在探测器中的共振情况

通过 IMC 后，光束进入的第一个谐振腔为功率循环腔 (PRC)。根据是否在功率循环腔内共振，将调制频率分为两种。

(1) 共振调制频率: 在功率循环腔内共振, 而在臂腔中不共振的频率。第二代引力波探测器基本同时使用两个共振调制频率。这两个频率相互配合, 用于控制干涉仪的臂腔长度以及对齐分束镜 (BS)。共振调制频率对功率循环腔的腔长提供了限制条件^[14], 即:

$$L_{\text{prc}} = \left(N + \frac{1}{2}\right) \frac{c}{2f_{\text{mod}}}, \quad (8)$$

其中, N 为整数 ($0, 1, 2, \dots$)。在设计探测器时, 可以根据探测器的实际情况, 如真空系统的长度等, 来选取参数 N 。

(2) 非共振调制频率: 在除 IMC 外的所有光学系统中都不共振的频率。通常情况下, 将其频率与共振频率的偏移量设置为谐振宽度的几倍, 以确保它不会在功率循环腔中共振。它几乎完全被功率循环镜反射, 因此产生的“反射相移”为 0。由于这种特性, 它几乎不受后续光学系统的影响, 因此可以提供稳定的相位参考, 并主要用于控制信号循环镜的位置。

在设计引力波探测器的调制频率时, 除了需要满足上述条件, 还要考虑实验中硬件带来的限制。一般来说, 调制频率应小于 50 MHz^[31], 这一限制主要来自光电探测器, 如果频率过高, 没有响应足够快且孔径足够大的光电探测器用于读出。

下面以目前正在运行的引力波探测网络中的 Advanced LIGO、Advanced Virgo 和 KAGRA 为例, 基于它们的技术参数来具体分析引力波探测器的控制系统设计原理。

Advanced LIGO 探测器的输入端模清洁腔长度为 $L_{\text{mc}}=32.9$ m。根据式 (7), 计算得到调制频率应为 4.54 MHz 的整数倍。传感与控制方案使用的两个射频调制频率分别是 $f_1 = 9$ MHz 和 $f_2 = 45$ MHz, 分别为输入端模清洁腔自由频谱范围的 2 倍和 10 倍。取 $N=3$, 代入式 (8) 计算得到 $L_{\text{prc}} = 57$ m。两个频率的边带都可以在功率循环腔 PRC 中共振。对于信号循环腔 SRC, 45 MHz 的边带接近共振, 而 9 MHz 的边带不共振^[14], 因此两个调制频率需要满足以下条件:

$$L_{\text{src}} = M \frac{c}{2f_2}, \quad L_{\text{src}} \neq K \frac{c}{2f_1}, \quad (9)$$

其中, L_{src} 为信号循环腔的长度, M 和 K 为整数。同时, 两个边带都不在臂腔中共振。

对于 Advanced Virgo 探测器, 它的构型与 Initial LIGO 相近, 在输入端口添加了一个部分反射镜, 因此有 4 个主要的长度自由度, 分别是 DRAM、CARM、MICH 和 PRCL^[16]。Advanced Virgo 光学系统的输入端模清洁腔长度为 $L_{\text{mc}}=143.4$ m, 功率循环腔的长度为 $L_{\text{prc}}=11.95$ m。为了控制 4 个长度自由度, Advanced Virgo 长度传感与控制系统采用 3 个射频调制频率, 分别是 $f_1 = 6.27$ MHz、 $f_2 = 9f_1 = 56.43$ MHz 和 $f_3 = 8.36$ MHz^[32]。3 个调制频率与输入端模清洁腔和功率循环腔的自由频谱范围的倍数关系如表 1 所示。

由表 1 可知, 所有调制频率都为输入端模清洁腔自由频谱范围的整数倍。其中, f_1 和 f_2 为共振调制频率, 用于控制臂腔。因此, 为了到达后续光学系统, f_1 和 f_2 频率的边带在功率循环腔 PRC 中共振, 其频率需满足功率循环腔的共振条件。而 f_3 为非共振调制频率, 不在主干涉仪的任何一个谐振腔中共振, 因此单独用于控制 PRCL 自由度。

KAGRA 引力波探测器^[8]位于日本神冈矿山的地下, 是一台低温激光干涉引力波探测器。主干涉仪包含 4 个低温镜, 它们被冷却到 20 K 左右以减少热噪声, 组成 2 个

表 1 Advanced Virgo 的射频边带在干涉仪中的共振情况^[32]

射频调制频率/MHz	倍数关系	
	IMC 自由频谱范围	PRC 自由频谱范围
$f_1 = 6.27$	6	0.5
$f_2 = 56.43$	54	4.5
$f_3 = 8.36$	8	0.67

长度为 3 km 的臂腔。KAGRA 包含 5 个长度自由度，分别是 DARM、CARM、MICH、PRCL 和 SRCL。KAGRA 探测器的长度传感与控制方案使用了 3 个调制频率，分别为 $f_1 = 16.875$ MHz、 $f_2 = 45.0$ MHz 和 $f_3 = 56.26$ MHz^[31]。它们在输入端模谐振腔中的共振情况如表 2 所示。

表 2 KAGRA 的射频边带在干涉仪中的共振情况^[31]

共振情况	f_1	f_2	f_3
输入端模清洁腔	谐振	谐振	谐振
功率循环腔	谐振	谐振	不谐振
信号循环腔	谐振	不谐振	不谐振

表 2 中， f_1 和 f_2 都是对主激光器进行相位调制得到的共振调制频率边带。与 Advanced Virgo 相比，KAGRA 的光学构型增添了一个信号循环腔，如表 2 所示，通过设置施努普不对称，可以使两个共振边带中只有 f_1 频率的边带在信号循环腔中共振，因此它同时携带了 PRCL 和 SRCL 自由度的信息。与之相对， f_2 频率的边带仅对功率循环腔的长度变化敏感。而 f_3 频率为非共振调制频率边带，在干涉仪中除了输入端模式清洁腔以外的任何部分都不共振，因此可以在锁定获取过程中，为载波和其他射频边带提供稳定的本地振荡场^[31]。通过这样让 3 个调制频率的边带分别在干涉仪的不同位置共振，在实验中可以最大程度上实现对于各个自由度的独立控制。

由 Advanced LIGO、Advanced Virgo 和 KAGRA 可知，地面激光干涉引力波探测器包含多个长度自由度，因此通常使用两个共振调制频率，二者相互配合来实现对于长度自由度的控制。在此基础上，通过加入非共振调制频率边带，增加锁定获取过程的鲁棒性，并减少多个自由度之间的耦合程度。

4 Advanced LIGO 的长度传感与控制系统简介

在本章中将以 Advanced LIGO 为例对长度传感与控制系统进行较为详细的介绍。Advanced LIGO 的光学构型如图 6 所示，包含多个长度自由度，长度传感与控制系统除了要精确控制各个自由度之外，还需要实现干涉仪在不同的模式下运行^[33]。使探测器在较宽的频带上都具有较好的引力波信号灵敏度，或是通过微调信号循环腔的长度，实现对于特定

扰,从而提高控制系统的鲁棒性。

表 3 Advanced LIGO 在模式 1 运行状态下, 1 000 Hz 处的传感矩阵^[14]

读出端口	CARM	DARM	PRCL	MICH	SRCL	$W \cdot m^{-1}$
REFL I1	9.4e+08	2e+05	7.3e+07	1.1e+06	5.5e+03	
AS DC	1.3e+06	4.2e+09	2.8e+05	1.5e+07	7.6e+06	
POP I1	3.2e+07	6.7e+03	1.2e+07	6.8e+03	3.1e+02	
POP Q2	1.5e+07	2.3e+04	1.4e+06	4.3e+05	3e+04	
REFL IM	1.4e+06	2.5e+04	5.1e+06	4.5e+05	2.8e+05	
REFL IP	1.4e+06	2.6e+04	5e+06	4.5e+05	2.8e+05	

注: 传感矩阵利用 Optickle 计算得到^[34]。用于控制的回路使用红色标出, 称为主要矩阵元素。蓝色的元素由于数量级较大, 与主要矩阵元素相当, 为最大的干扰项。

Advanced LIGO 在模式 2 下的 5 个长度自由度控制回路的主要特征如表 4 所示。对于主自由度差模臂长, 采取直流读出, DARM 的暗条纹偏移量约为 12 pm, 对应的反对称端口载波光功率约为 $0.1 W$ ^[35]。而其他长度自由度的误差信号由 REFL 端口和 POP 端口处的信号分别在 f_1 、 f_2 、 $f_2 + f_1$ 和 $f_2 - f_1$ 频率处解调获得^[14]。

表 4 Advanced LIGO 在探测双中子星并合配置下的控制回路^[14]

自由度	误差信号	UGF/Hz
CARM	REFL I1	65 000
DARM	AS DC	446
PRCL	POP I1	21
MICH	POP Q2	20
SRCL	REFL IM / REFL IP	377 000

注: 表格中的误差信号的前半部分表示读出端口, 后半部分表示误差信号解调制的相位和频率, 例如“I1”表示在 I-phase、 f_1 频率处解调。

例如, 用于控制 SRCL 自由度的误差信号中的 M 表示在 $f_2 - f_1$ 频率处解调, P 表示在 $f_2 + f_1$ 频率处解调。这种在两个调制频率的拍频处解调的方案称为双解调技术 (double demodulation)。该技术最早是在加州理工大学的 40 m 引力波探测器原型机上开发的^[36], 它的主要作用是减小 DARM、CARM 与其他 3 个长度自由度之间的耦合, 光电探测器的光电流先后与频率为 f_1 和 f_2 的本振信号混合。这将产生频率分别为 $f_2 + f_1$ 和 $f_2 - f_1$ 的信号, 经过低通滤波器后, 再将这两个频率的信号相叠加, 就能得到适用于控制短自由度 (MICH、SRCL 和 PRCL) 的信号, 是一种外差探测技术。这是由于两个射频边带都不会在臂腔中共振, 从而不受臂腔运动的影响, 因此, 两者产生的控制信号可以与臂腔运动造成的载波相位偏移量产生隔离。通过仔细地选择解调制的相位, 可以使 MICH、PRCL 和 SRCL 自由度在最大程度上解耦^[37]。

通过设计控制回路, 可以实现对于主要长度自由度的控制。然而, 长度传感与控制系

包含光电探测器、解调器和压电陶瓷等元件, 它们在工作时会产生噪声。换句话说, 所有控制过程本身都会使各个光学器件产生额外的不可控位移, 这会在探测器工作的频段上增加噪声, 称为传感噪声。这种噪声会通过已知的机制耦合进主自由度 DARM 之中, 在 100 Hz 处的强度约为 $9.5 \times 10^{-21} \text{ m} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$, 足以对探测器的灵敏度产生影响。

为了降低传感噪声带来的影响, 需要引入校正路径。校正路径的主要目标是增加对于 DARM 自由度的控制精度, 来减小读出引力波信号的噪声。而 DARM 对应着两个臂腔相反相位的长度变化, 因此, 需要将控制信号发送到干涉仪的两个端镜 ETMX 和 ETMY, 以抵消引入的传感噪声。校正路径由三条控制回路组成, 分别将 PRCL、SRCL 和 MICH 的受传感噪声限制的控制信号发送到两个端镜, PRCL 路径的精度约为 10%, 后两条回路的精度约为 1%。通过 LSC 子系统以及其他子系统的相互配合, Advanced LIGO 的灵敏度可以达到 $10^{-23} \text{ Hz}^{-1/2}$ 。

5 总结与展望

地面激光干涉仪引力波探测器通过测量两臂的长度变化来测量引力波信号。为了提高探测器的灵敏度, 在迈克尔逊干涉仪的基础之上, 引入了臂腔、功率循环腔和信号循环腔。然而, 由于引力波信号十分微弱, 外界噪声可能掩盖信号。因此在探测器运行期间, 必须通过长度传感与控制系统精确控制每个光学元件的位置, 以维持探测器中多个谐振腔的光学共振。

本文详细介绍了线性控制系统, 阐述了利用 PDH 技术对谐振腔长度进行反馈控制的系统组成部分和控制原理; 接着, 介绍了如何根据探测器的长度变化读取引力波信号; 以 Advanced LIGO、Advanced Virgo 和 KAGRA 为例, 分析了长度传感与控制方案中谐振腔长度与调制频率等参数的计算方法, 以及如何使多个射频边带在干涉仪的不同部分共振, 解决引力波探测器多个长度自由度耦合的问题; 最后, 通过对 Advanced LIGO 系统的技术细节进行分析, 较为系统地介绍了当今引力波探测器的长度传感与控制系统, 为设计探测器的传感与控制方案提供了参考。

由于探测器通过测量长度的改变量来读出引力波信号, 长度传感与控制系统的性能和参数直接决定了探测器的灵敏度。当前, LIGO 研究团队提出了“Sensor Fusion”方法^[38], 通过利用传感器之间的噪声相关性, 降低了控制系统对输入噪声的敏感性。此外, 近期提出的“H-infinity”方法^[39], 经过在 KAGRA 探测器上的测试, 已被证实能够提升反馈控制系统的性能^[40]。这些研究进展不仅增强了传感与控制系统的稳定性, 还提升了引力波探测器的探测能力。在实践中, 针对不同的探测器构型, 需要设计定制化的控制方案。在当前规划中的“Advanced Virgo plus”升级项目中, 已有研究基于其更复杂的光学配置, 设计了鲁棒的长度传感与控制方案^[41]。2023 年, Zhang 等人^[42]提出了一种新的干涉仪构型, 利用 L 型的臂腔来增强千赫兹频段的引力波信号。针对此配置的光学特性, 配套的传感与控制方案也已经被开发出来^[43]。长度传感与控制系统设计的深入研究对下一代引力波探测器的发展

至关重要，也是中国自主研发下一代激光干涉引力波探测器的必然需求。

参考文献：

- [1] Einstein A. *Sitzungsberichte der Physikalisch-mathematischen Klasse*. Berlin: Preuss Akad Wiss, 1915, 1915: 844
- [2] Sigg D. *Classical and Quantum Gravity*, 2006, 23(8): S51
- [3] Acernese F, Amico P, Arnaud N, et al. *Classical and Quantum Gravity*, 2003, 20(17): S609
- [4] Willke B, Aufmuth P, Aulbert C, et al. *Classical and Quantum Gravity*, 2002, 19(7): 1377
- [5] Takahashi R, TAMA collaboration. *Classical and Quantum Gravity*, 2004, 21(5): 403
- [6] Harry G M. *Classical and Quantum Gravity*, 2010, 27(8): 084006
- [7] Acernese F, Agathos M, Agatsuma K, et al. *Classical and Quantum Gravity*, 2014, 32(2): 024001
- [8] Somiya K. *Classical and Quantum Gravity*, 2012, 29(12): 124007
- [9] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. *Physical review letters*, 2016, 116(6): 1102
- [10] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. *Physical review letters*, 2017, 119(16): 1101
- [11] Punturo M, Abernathy M, Acernese F, et al. *Classical and Quantum Gravity*, 2010, 27(19): 4002
- [12] Hall E D, Kuns K, Smith J R, et al. *Physical Review D*, 2021, 103(12): 2004
- [13] Saulson P R. *Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors*. USA: World Scientific Publishing Company, 1994: 62
- [14] Abbott R, Adhikari R, Ballmer S, et al. <https://dcc.ligo.org/ligo-t1000298/public>, 2025
- [15] Adhikari R, Ballmer S, Fritschel P. <https://dcc.llo.ligo.org/public/0022/T070236/001/T070236-00.pdf>, 2025
- [16] Allocca A, Bersanetti D, Casanueva D J, et al. *Galaxies*, 2020, 8(4): 85
- [17] Meers B J. *Physical Review D*, 1988, 38(8): 2317
- [18] Abramovici A, Althouse W E, Drever R W, et al. *Science*, 1992, 256: 325
- [19] Drever R W, Hall J L, Kowalski F V, et al. *Applied Physics B*, 1983, 31: 97
- [20] Bond C, Brown D, Freise A, et al. *Living Reviews in Relativity*, 2016, 19: 1
- [21] Evans M. *Dissertation*. California: California Institute of Technology, 2002: 836
- [22] Staley A, Martynov D, Abbott R, et al. *Classical and Quantum Gravity*, 2014, 31: 5010
- [23] Sato S, Kawamura S, Kokeyama K, et al. *Physical Review D*, 2007, 75(8): 082004
- [24] Bassan M. *Astrophysics and Space Science Library*, 2014, 404: 275
- [25] Barsotti L, Evans M. <https://dcc.ligo.org/LIGO-T1000294/public>, 2025
- [26] Acernese F, Alshourbagy M, Amico P, et al. *Astroparticle Physics*, 2008, 30(1): 29
- [27] Heinzl G, Mizuno J, Schilling R, et al. *Physics Letters A*, 1996, 217(6): 305
- [28] Schnupp L. *Presentation at European Collaboration Meeting on Interferometric Detection of Gravitational Waves*. Sorrent, Italy, 1988
- [29] Hild S, Grote H, Degallaix J, et al. *Classical and Quantum Gravity*, 2009, 26(5): 055012
- [30] Aso Y, Michimura Y, Somiya K, et al. *Physical Review D*, 2013, 88(4): 043007
- [31] Aso Y, Somiya K, Miyakawa O. *Classical and Quantum Gravity*, 2012, 29(12): 124008
- [32] Acernese F, Agathos M, Aiello L, et al. *Astroparticle Physics*, 2020, 116: 102386
- [33] Fritschel P, Coyne D. <https://dcc.ligo.org/LIGO-T010075/public>, 2025
- [34] Evans M. <https://dcc.ligo.org/LIGO-T070260-x0/public>, 2025
- [35] Abbott R, Adhikari R, Ballmer S, et al. <https://dcc.ligo.org/LIGO-T070247/public>, 2025
- [36] Ward R L. <https://inspirehep.net/files/ca235e19469066a8d6241e1231b29576>, 2025
- [37] Barr B, Miyakawa O, Kawamura S, et al. *Classical and Quantum Gravity*, 2006, 23(18): 5661
- [38] Bowman D. <https://dcc.ligo.org/LIGO-T2300218/public>, 2025
- [39] Tsang T, Arellano F E P, Ushiba T, et al. <https://arxiv.org/abs/2407.15972>, 2025

- [40] Ushiba T, Kagra Collaboration, et al. Proceedings of the XVIII International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics 2023, Italy: Proceedings of Science, 2024: 116
- [41] Valentini M. Dissertation. Trento: University of Trento, 2023: 178
- [42] Zhang T, Yang H, Martynov D, et al. Physical Review X, 2023, 13(2): 021019
- [43] Guo X, Zhang T, Martynov D, et al. Classical and Quantum Gravity, 2023, 40(23): 235005

The Length Sensing and Control of the Ground-based Laser Interferometric Gravitational Wave Detectors

LIU Fangfei¹, WANG Mengyao¹, ZHANG Fan^{1,2}

(1. School of Physics and Astronomy, Beijing Normal University, Beijing 100875, China; 2. Advanced Institute of Natural Sciences, Beijing Normal University, Zhuhai 519087, China)

Abstract: During the operation of ground-based laser interferometric gravitational wave detectors, the internal optical systems are subject to various noise disturbances, resulting in uncontrollable displacements. To enhance the sensitivity of the detectors and enable the detection of faint gravitational wave signals, it is imperative to employ a length sensing and control system. This system ensures that multiple optical cavities within the detector remain in resonance, thereby facilitating the design of gravitational wave signal readout schemes. Beginning with the configuration of laser interferometric gravitational wave detectors, this paper outlines the fundamental principles of length feedback control and parameter design criteria. Drawing on specific parameters of the Advanced LIGO, Advanced Virgo, and KAGRA control systems currently in operation, a detailed exposition is provided on the working principles and applications of length sensing and control systems in gravitational wave detectors.

Key words: feedback control systems; length sensing and control; laser interferometers; gravitational wave detectors